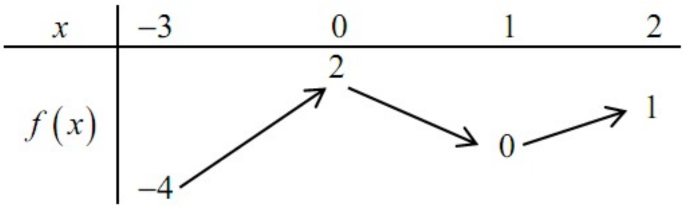
SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **CỤM TRƯỜNG THPT** **QUỲNH LƯU - HOÀNG MAI** **YÊN THÀNH - THÁI HOÀ**	**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022** **Bài thi môn: Toán** Thời gian làm bài**: 90 phút (***50 câu trắc nghiệm***)**

Họ và tên học sinh :... Số báo danh : .... **Mã đề 101**

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-3;2]$. Tính $2M-m$?



A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song Ox có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log(x+3)=1$ là

A. $x=13$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=7$. **D.** $x=-2$.

Câu 4. Cho số phức $z=4-5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ

A. $(-4;5)$. **B.** $(4;-5)$. **C.** $(-4;-5)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;-3), B(1;0;2), C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng

A. $x+y=-\dfrac{11}{5}$. **B.** $x+y=\dfrac{11}{5}$. **C.** $x+y=17$. **D.** $x+y=1$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

A. $6x+4y+3z+12=0$. **B.** $6x+4y+3z-24=0$.

C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z=0$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+2x}{x+1}$

A. $x=-1.$ **B.** $y=1.$ **C.** $y=2.$ **D.** $y=-2.$

Câu 8. Hàm số $y=\log_2(3+2x)$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 9. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **B.** $C_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $C_n^3 = \dfrac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $C_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{n!}$.

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V = 2a^3$, đáy là hình vuông có cạnh bằng a. Tính chiều cao khối chóp.

A. $6a$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** a.

Câu 11. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $a^{\log_a 5}$ bằng

A. a^5. **B.** $\log_5 a$. **C.** $\log_a 5$. **D.** 5.

Câu 12. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. C_{10}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** A_{11}^5. **D.** $A_{11}^2.5!$.

Câu 13. Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $2a + b$ bằng:

A. 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	11	$\searrow$	10	$\nearrow$	11	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 10$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{5}{\sqrt{6}}$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{25}{6}$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \dfrac{25}{6}$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \dfrac{5}{6}$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

A. $M(-9;5;-7)$. **B.** $M(9;-5;7)$. **C.** $M(9;5;7)$. **D.** $M(9;-5;-5)$.

Câu 17. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 21x$ là

A. $\int f(x)dx = 21\cos 21x + C$. **B.** $\int f(x)\,dx = \dfrac{1}{21}\cos 21x + C$.

C. $\int f(x)dx = -21\cos 21x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\dfrac{1}{21}\cos 21x + C$.

Câu 18. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Số phức liên hợp của iz bằng

A. $-3 + 2i.$ **B.** $3 + 2i.$ **C.** $3 - 2i.$ **D.** $-3 - 2i.$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

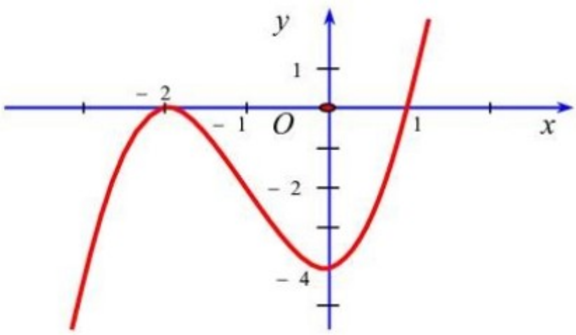
Số nghiệm của phương trình $2f(x)=1$ là:

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 20. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$ bằng:

A. 20π. **B.** 75π. **C.** 15π. **D.** 45π.

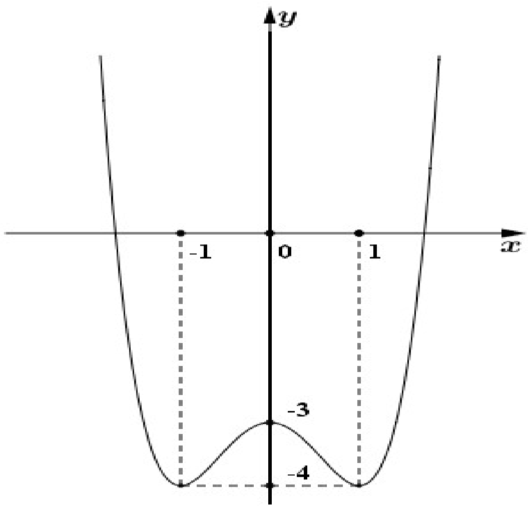
Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-2;1\right)$ **B.** $\left(-\infty;-2\right)$ **C.** $\left(1;+\infty\right)$ **D.** $\left(-2;0\right)$

Câu 22. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^3-2x-3$. **C.** $y=2x^4+2x^2-3$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+3\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $z.\overline{z}=1$ là

A. Một đường thẳng. **B.** Một điểm.

C. Một đường tròn. **D.** Một elip.

Câu 25. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

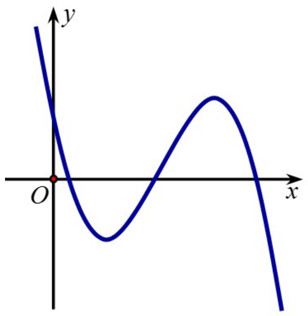
Câu 26. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $4\log_3 a+7\log_3 b=2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $a^4b^7=2$. **B.** $4a+7b=9$. **C.** $a^4b^7=9$. **D.** $4a+7b=2$.

Câu 27. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 với x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=3$ **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=4$.

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0,b>0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

C. $a<0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

Câu 29. Trên đoạn $\left[0;4\right]$, hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2+m$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=a$. Tính $m-a$

A. 31. **B.** -25. **C.** 25. **D.** -33.

Câu 30. Biết $\int\limits_0^2 2x\ln\left(x+1\right)\mathrm{d}x=a.\ln b$, với $a,b\in N^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$.

A. 25. **B.** 39. **C.** 33. **D.** 42.

Câu 31. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+\left(4-m\right)x$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;4\right]$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left(-\infty;4\right)$.

Câu 32. Cắt hình nón $\left(N\right)$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của $\left(N\right)$ một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng:

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 33. Biết rằng phương trình: $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1;x_2$ $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $2x_1+x_2$ bằng:

A. 6. **B.** $\frac{34}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 15.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ. Ta có:

A. $2S_1=S_2$. **B.** $4S_1=3S_2$. **C.** $3S_1=2S_2$. **D.** $2S_1=3S_2$.

Câu 36. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu có tâm O theo đường tròn có bán kính bằng $4(\text{cm})$ và khoảng cách từ O đến (P) bằng $3(\text{cm})$. Thể tích của mặt cầu là:

A. $\frac{500\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{100\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **C.** $100\pi(\text{cm}^3)$. **D.** $500\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 37. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx=a+b\sqrt{2}$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $a+b$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 38. Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+2i)\overline{z}+z=3-4i$. Tính giá trị của biểu thức $S=3x-2y$.

A. $S=-10$ **B.** $S=-12$ **C.** $S=-13$ **D.** $S=-11$

Câu 39. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\{0;1;2;3;.....;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Biết xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400 bằng $\frac{a}{b}$ với $(a,b\in\mathbb{N};\ a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính $a+b$

A. 37501. **B.** 15007. **C.** 1501. **D.** 5007.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=2CD=DB=2a$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên đường thẳng CD sao cho H,C,D,K theo thứ tự cách đều. Biết góc tạo bởi AH và BK bằng 60°. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41. Trong giờ nghỉ giữa giờ môn Toán, bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng cùng nói chuyện về chiều cao của mỗi người.

- An nói: Tôi cao nhất
- Bình nói: Tôi không thể là thấp nhất.
- Cường nói: Tôi không cao bằng An nhưng cũng không phải là thấp nhất.
- Dũng nói: Thế thì tôi thấp nhất rồi!

Để xác định ai đúng ai sai, họ đã tiến hành đo tại chỗ, kết quả là chỉ có một người nói sai và không có bạn nào có cùng chiều cao. Ai là người nói sai?

A. Dũng. **B.** Cường. **C.** Bình. **D.** An.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Biết giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ có dạng $\sqrt{a-b\sqrt{c}}$ ($a,b,c\in\mathbb{N}$ và c là số nguyên tố). Tính $a+b+c$.

A. 80. **B.** 93. **C.** 89. **D.** 90.

Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M,N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AA' và BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $B'N=\frac{2}{3}BB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Biết thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng $\frac{a}{b}$ với ($a,b\in\mathbb{N}$; a,b nguyên tố cùng nhau). Tính $a+2b$

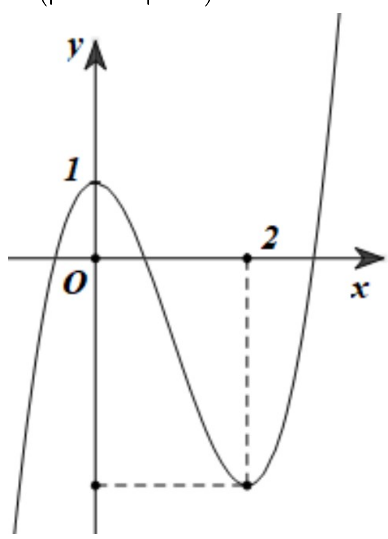
A. 14. **B.** 31. **C.** 41. **D.** 32.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Tìm tọa độ giao điểm M của (P) và trục Oy.

A. $M(0;-1;0)$ hoặc $M(0;\frac{23}{37};0)$ **B.** $M(0;1;0)$ hoặc $M(0;-\frac{23}{37};0)$

C. $M(0;-1;0)$ hoặc $M(0;-\frac{23}{37};0)$ **D.** $M(0;1;0)$ hoặc $M(0;\frac{23}{37};0)$

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^5+4x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?



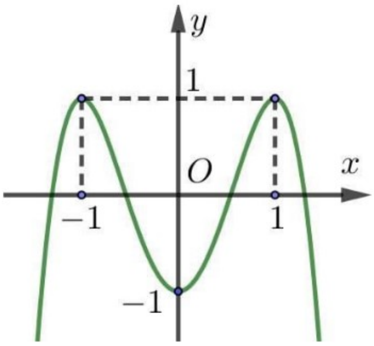
A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 1012.

Câu 46. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức sau.

$\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=2y+2021$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 47. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(e^{f(x)}+f(x)\right)=1$ là:

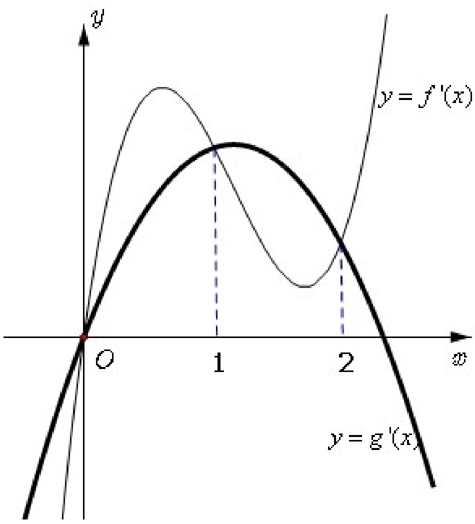


A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tụctrên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'\left(x\right)-2f\left(x\right)=\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2+4x-1}{2}},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(1\right)=e^2$. Biết $f\left(3\right)=a.e^b+c$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$.Tính $2a+3b+4c$

A. 36. **B.** 30. **C.** 24. **D.** 32.

Câu 49. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a,q\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10 và $f(2)=g(2)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}$ và a,b nguyên tố cùng nhau). Tính $a-b$.



A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 13.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a,AD=a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cosin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng:

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{13}}{4}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

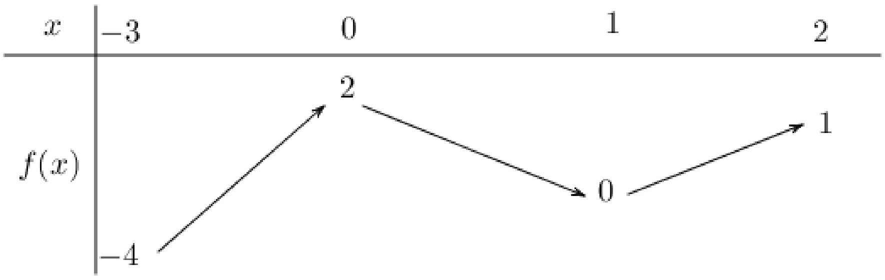
------ HẾT ------

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

Câu	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119	121	123	102	104	106	108	110	112	114	116	118	120	122	124
1	A	B	D	D	D	B	D	A	A	D	A	D	C	D	A	A	C	A	A	A	C	D	C	B
2	C	D	B	D	A	A	B	C	D	A	D	D	A	C	D	C	A	C	B	A	A	A	C	C
3	C	D	D	A	D	D	A	B	A	C	A	C	B	C	A	D	B	B	D	D	A	C	A	C
4	B	A	C	C	D	C	D	A	D	D	C	B	B	B	B	D	A	C	A	D	C	C	A	D
5	D	C	B	B	B	A	D	A	C	B	C	C	A	A	D	A	A	A	C	B	C	B	B	A
6	C	A	C	B	B	A	B	B	C	A	B	C	A	B	D	C	B	B	B	C	D	D	C	B
7	C	A	D	D	A	D	A	B	A	B	A	D	B	A	A	D	D	B	C	B	B	A	A	B
8	D	B	C	C	C	B	D	A	A	B	D	A	C	C	B	B	A	A	C	C	A	B	C	C
9	A	B	C	A	C	B	C	D	B	C	D	A	B	D	A	D	D	A	A	D	B	B	D	D
10	A	C	A	D	B	D	A	B	C	C	B	C	D	B	C	D	B	D	D	A	C	D	C	C
11	D	D	D	D	A	D	D	B	D	D	A	C	D	A	C	B	B	D	D	B	D	D	B	C
12	C	C	A	C	C	C	C	C	D	D	D	B	B	C	A	C	D	A	C	A	D	A	D	A
13	B	B	D	A	A	C	A	D	B	C	C	A	B	B	D	D	C	C	A	D	C	C	C	D
14	C	D	C	B	C	A	B	C	A	A	B	A	C	A	A	A	A	B	C	B	B	B	B	A
15	B	B	D	A	B	A	A	B	C	D	D	D	D	D	B	B	D	C	A	D	A	D	D	C
16	B	C	A	B	B	C	A	D	B	B	C	D	B	A	C	C	C	D	A	B	A	D	B	B
17	D	B	B	B	C	D	C	B	B	D	C	C	A	D	A	A	D	B	B	D	D	A	D	D
18	D	D	C	D	A	A	D	C	C	B	D	B	C	A	B	B	D	A	B	C	B	A	C	D
19	B	D	D	C	A	C	C	D	A	C	D	D	D	A	C	D	C	D	D	A	B	B	A	A
20	A	C	A	A	D	B	A	C	A	B	B	A	A	C	D	C	B	B	D	D	C	B	A	B
21	D	C	B	D	C	A	B	B	C	B	C	D	A	B	A	A	C	B	A	C	D	D	D	D
22	A	D	D	C	D	D	B	A	B	A	B	B	C	B	B	A	C	C	C	C	C	C	C	A
23	A	A	A	C	B	B	A	D	A	C	C	C	B	A	C	D	A	A	D	A	C	D	B	B
24	C	D	B	B	D	A	C	C	D	B	D	A	D	D	D	B	D	D	D	D	A	C	D	C
25	B	A	A	D	D	B	D	A	A	A	A	A	C	C	A	A	C	C	A	D	D	D	C	B
26	C	B	B	D	A	A	B	A	B	A	D	B	A	D	B	B	D	A	B	B	B	A	A	A
27	D	D	B	A	A	C	C	C	D	C	A	D	D	C	C	C	A	C	C	C	D	B	B	C
28	A	A	D	A	C	D	C	C	C	D	B	B	B	D	B	C	D	C	B	D	B	C	D	A
29	D	C	A	C	B	C	A	A	D	A	D	A	B	D	C	A	B	B	A	A	C	D	B	A
30	B	C	C	D	B	D	A	B	D	C	A	A	C	C	C	D	D	D	A	B	C	A	A	C
31	B	A	C	B	D	D	B	D	B	C	B	D	D	A	A	A	B	A	B	C	A	C	C	D
32	A	B	B	D	C	C	D	D	A	A	D	D	B	B	D	C	D	B	D	B	A	C	C	D
33	D	B	A	A	B	C	C	A	D	B	A	B	A	D	B	B	A	D	B	D	D	B	A	A
34	B	A	C	B	D	A	A	B	C	C	B	C	C	D	A	A	B	B	C	A	B	D	B	A
35	C	C	B	C	C	B	B	B	D	D	C	D	D	B	D	B	C	B	D	C	A	A	D	D
36	A	D	A	D	C	B	A	D	A	D	A	B	A	B	C	C	A	D	B	D	A	C	A	D
37	A	C	B	A	A	D	B	A	B	C	A	D	D	A	A	C	A	A	B	A	C	D	A	A
38	C	A	A	B	D	A	C	B	D	C	C	B	C	C	B	D	C	A	C	B	D	A	B	B
39	C	B	A	C	D	B	D	C	A	A	D	C	A	A	D	A	C	D	A	C	C	B	B	C
40	D	B	B	B	C	D	D	D	B	D	B	A	C	D	B	C	B	C	B	C	B	A	D	D
41	D	D	D	C	A	C	C	D	C	D	A	D	D	D	A	A	B	C	B	B	C	B	C	A
42	B	A	C	C	B	C	A	A	B	C	C	B	C	C	C	B	C	B	C	D	B	C	B	B
43	C	C	C	A	B	A	B	B	B	A	C	C	D	A	D	B	A	A	D	A	D	C	A	A
44	B	B	A	B	C	B	D	C	A	B	B	A	B	C	D	A	D	D	B	A	C	B	D	B
45	C	A	A	B	C	D	D	B	C	D	B	B	A	C	C	A	D	A	A	D	A	A	A	B
46	D	C	C	A	D	C	C	C	A	B	C	B	C	D	C	B	B	B	D	B	B	A	A	A
47	C	D	B	A	D	A	A	D	C	A	A	A	C	B	B	D	A	A	B	C	D	D	D	C
48	A	A	D	D	C	C	B	A	D	A	A	C	B	C	D	B	D	C	C	B	B	C	B	C
49	D	C	A	C	A	C	B	A	B	D	B	D	B	D	D	D	C	D	D	C	B	C	D	B
50	B	A	D	D	A	B	D	C	C	C	D	A	A	B	A	B	B	D	D	A	A	B	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-3;2\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên $\left[-3;2\right]$. Tính $2M-m$?



A. 8 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có giá trị lớn nhất trên $\left[-3;2\right]$ là $M=2$ và giá trị nhỏ nhất trên $\left[-3;2\right]$ là $m=-4$.

Suy ra: $2M-m=2\cdot 2-\left(-4\right)=8$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-1;3;2\right)$. Đường thẳng đi qua M và song song Ox có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3t \\ z=2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Trục hoành Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$.

Do d song song với Ox nên d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{i}=\left(1;0;0\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M\left(-1;3;2\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;0;0\right)$ là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log\left(x+3\right)=1$ là

A. $x=13$ **B.** $x=-3$ **C.** $x=7$ **D.** $x=-2$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log(x+3)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3>0 \\ x+3=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x=7 \end{cases} \Leftrightarrow x=7$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{7\}$.

Câu 4: Cho số phức $z=4-5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có toạ độ

A. $(-4;5)$ **B.** $(4;-5)$ **C.** $(-4;-5)$ **D.** $(4;5)$

Lời giải

Chọn B

Biểu diễn hình học của số phức $z=4-5i$ là điểm có toạ độ $(4;-5)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;-3), B(1;0;2), C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng

A. $x+y=-\frac{11}{5}$. **B.** $x+y=\frac{11}{5}$. **C.** $x+y=17$. **D.** $x+y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-2;5), \overrightarrow{BC}=(x-1;y;-4)$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=-\frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ y=\frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x+y=1.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$

có phương trình là

A. $6x+4y+3z+12=0$. **B.** $6x+4y+3z-24=0$.

C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cần tìm có phương trình: $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1+2x}{x+1}$

A. $x=-1$ **B.** $y=1$ **C.** $y=2$ **D.** $y=-2$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+2x}{x+1}=2$ nên hàm số có tiệm cận ngang $y=2$

Câu 8: Hàm số $y=\log_2(3+2x)$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$ **B.** $\left[-\frac{3}{2};+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$ **D.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: Hàm số $y=\log_2(3+2x)$ có điều kiện là $3+2x>0 \Leftrightarrow x>-\frac{3}{2}$

Câu 9: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}$. **B.** $C_n^3=\frac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $C_n^3=\frac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $C_n^3=\frac{(n-3)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $C_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 10: Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V=2a^3$, đáy là hình vuông canh bằng a. Tính chiều cao của khối chóp?

A. $6a$. **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\frac{1}{3}B.h \Rightarrow h=\frac{3V}{B}$.

Trong đó: $V=2a^3$, $B=a^2 \Rightarrow h=\frac{3.2a^3}{a^2}=6a$.

Câu 11: Cho a là số thưc dương, $a\ne 1$, khi đó $a^{\log_a 5}$ bằng?

A. a^5. **B.** $\log_5 a$. **C.** $\log_a 5$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a^{\log_a 5}=5$.

Câu 12: Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. C_{10}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** A_{11}^5. **D.** $A_{11}^2.5!$.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là một chỉnh hợp chập 5 của 11 nên có A_{11}^5 cách chọn.

Câu 13: Cho a,b là hai số thực thỏa mãn $a+6i=2-2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $2a+b$ bằng:

A. 5. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a+6i=2-2bi \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ 6=-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$. Suy ra $2a+b=1$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	11	$\searrow$	10	$\nearrow$	11	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại:

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn C

Vì $f'(0)=0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{\sqrt{6}}$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\frac{25}{6}$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) nên có bán kính $R=d(I,(P))=\frac{|1+1+3|}{\sqrt{1^1+1^2+(-2)^2}}=\frac{5}{\sqrt{6}}$

Vậy mặt cầu đã cho có phương trình là $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\frac{25}{6}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$

A. $M(-9;5;-7)$. **B.** $M(9;-5;7)$. **C.** $M(9;5;7)$. **D.** $M(9;-5;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}x-0=3(3-0)\\y-1=3(-1-1)\\z+2=3(1+2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9\\y=-5\\z=7\end{cases}$. Vậy tọa độ điểm M là $M(9;-5;7)$.

Câu 17: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 21x$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=21\cos 21x+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{21}\cos 21x+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-21\cos 21x+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{21}\cos 21x+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \sin 21x\mathrm{d}x = -\frac{1}{21}\cos 21x + C$.

Câu 18: Cho số phức $z = 2+3i$. Số phức liên hợp của iz bằng

A. $-3+2i$ **B.** $3+2i$ **C.** $3-2i$ **D.** $-3-2i$

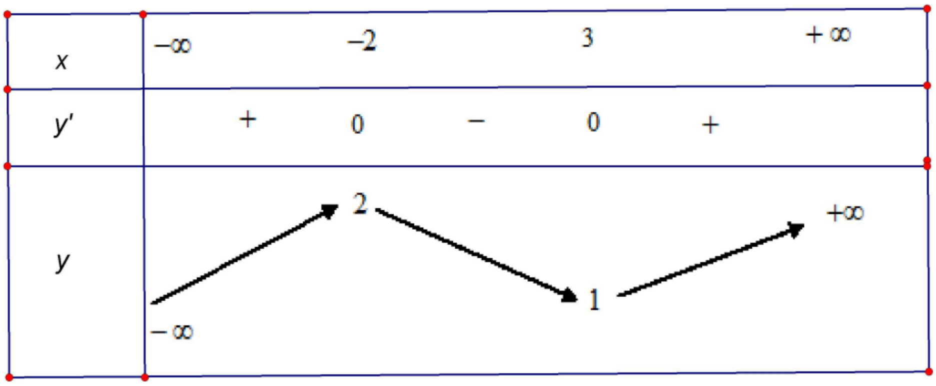
Lời giải

Chọn D

Ta có $iz = i(2+3i) = 2i+3i^2 = -3+2i$.

Số phức liên hợp của iz là $-3-2i$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $2f(x) = 1$ là:

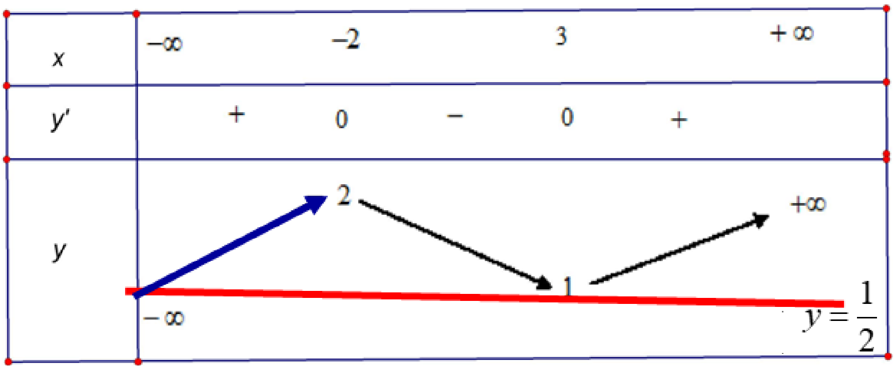
A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $2f(x) = 1$ có 1 nghiệm.

Câu 20: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$ bằng:

A. 20π **B.** 75π **C.** 15π **D.** 45π

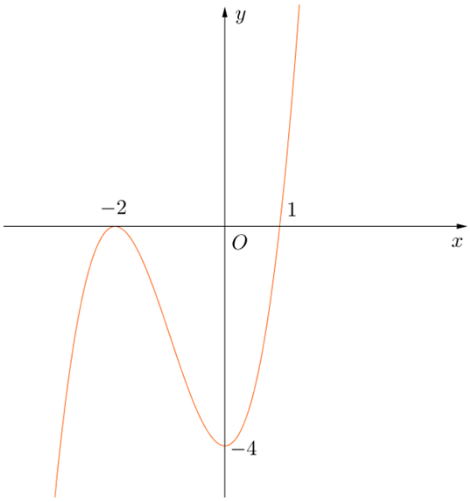
Lời giải

Chọn A

Độ dài đường sinh cvuar hình nón $l=\sqrt{r^2+h^2}=5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.4.5=20\pi$.

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào?

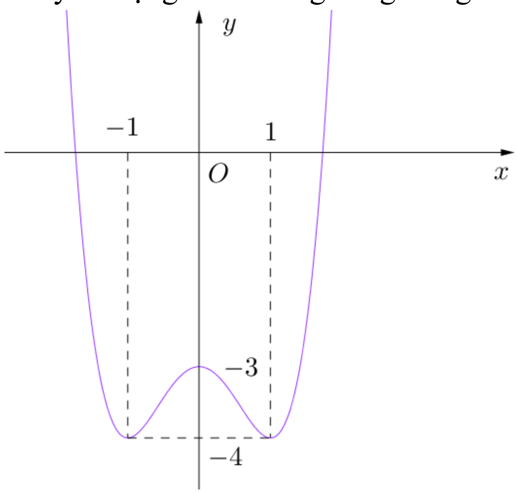
A. $\left(-2;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên $\left(-2;0\right)$.

Câu 22: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^3-2x-3$. **C.** $y=2x^4+2x^2-3$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: Đồ thị như trong hình vẽ trên là đồ thị hàm số bậc 4 nên loại đáp án B và **D.**

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b<0$ nên loại đáp án **C.**

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+3\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+4x>0 \\ 2x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-4 \vee x>0 \\ x>-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>0$

$$\log_3\left(x^2+4x\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+3\right)=0 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2+4x\right)-\log_3\left(2x+3\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2+4x}{2x+3}\right)=0 \Leftrightarrow \frac{x^2+4x}{2x+3}=1 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right..$$

Đối chiếu với điều kiện ta có $x=3$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z.\overline{z}=1$ là

A. Một đường thẳng. **B.** Một điểm.

C. Một đường tròn. **D.** Một elip.

Lời giải

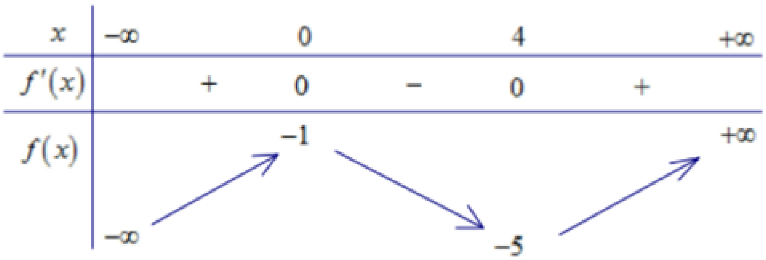
Chọn C

Gọi $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$ nên $\overline{z}=x-yi$ và điểm biểu diễn số phức z có dạng $M\left(x;y\right)$.

Ta có: $z.\overline{z}=1 \Leftrightarrow x^2+y^2=1$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $O\left(0;0\right)$ bán kính $R=1$.

Câu 25: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ trong đó $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ trong đó $\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$

$y'=3ax^2+2bx+c$

Từ bảng biến thiên ta nhận thấy: $a>0$ đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $M\left(0;-1\right),N\left(4;-5\right)$.

Ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} d=-1 \\ 4^3a+4^2b+4c+d=-5 \\ c=0 \\ 3.4^2a+2.4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-1 \\ c=0 \\ a=\dfrac{1}{8} \\ b=-\dfrac{3}{4} \end{cases}$ Vậy số giá trị dương trong các số a,b,c,d là 1 số.

Câu 26: Cho a,b là các số dương thỏa mãn $4\log_3 a+7\log_3 b=2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. $a^4b^7=2$. **B.** $4a+7b=9$. **C.** $a^4b^7=9$. **D.** $4a+7b=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4\log_3 a+7\log_3 b=2\Leftrightarrow \log_3 a^4+\log_3 b^7=2\Leftrightarrow \log_3\left(a^4b^7\right)=2\Leftrightarrow a^4b^7=3^2$

$\Leftrightarrow a^4b^7=9$.

Câu 27: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 với x_1,x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^x-m.2^{x+1}+2m=0\Leftrightarrow 4^x-2m.2^x+2m=0\ (1)$

Đặt $t=2^x\left(t>0\right)$.

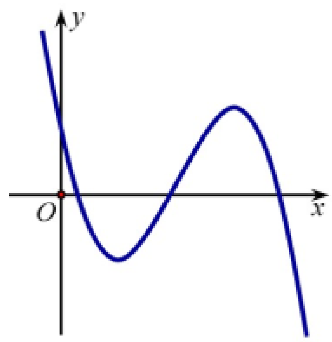
Phương trình (1) $t^2-2mt+2m=0\ (2)$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1,x_2\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm t_1,t_2 dương

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=m^2-2m>0\\ S=2m>0\\ P=2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<0\end{array}\right.\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow m>2.$$

Ta có $x_1+x_2=3\Rightarrow \log_2 t_1+\log_2 t_2=3\Leftrightarrow \log_2\left(t_1t_2\right)=3\Leftrightarrow t_1t_2=8\Leftrightarrow 2m=8\Leftrightarrow m=4\ (TM)$.

Câu 28: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0,b>0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

C. $a<0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$ nên $a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $d>0$

Xét $y'=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ cùng dương. Suy ra $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b>0 \\ c<0 \end{cases}$

Vậy $a<0, b>0, c<0, d>0$.

Câu 29: Trên đoạn $[0;4]$, hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2+m$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=a$. Tính $m-a$.

A. 31. **B.** -25. **C.** 25. **D.** -33.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2+m$ trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $y'=x^3-4x$.

Giải $y'=0 \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;4] \\ x=2\in[0;4] \\ x=-2\notin[0;4] \end{array}\right.$

Ta có $y(0)=m+2;\ y(2)=m-2; y(4)=34+m$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]} y=y(4)=m+34=5 \Rightarrow m=-29$.

Suy ra $m-a=-29-4=-33$.

Câu 30: Biết $\int\limits_0^2 2x\ln(x+1)dx=a.\ln b$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a+7b$

A. 25 **B.** 39 **C.** 33 **D.** 42

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\begin{cases} u=\ln(x+1) \\ dv=2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du=\dfrac{1}{x+1}dx \\ v=x^2 \end{cases}$. Ta có:

$$\int\limits_0^2 2x\ln(x+1)dx=x^2\ln(x+1)\Big|_0^2-\int\limits_0^2\frac{x^2}{x+1}dx=4\ln3-\int\limits_0^2\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)dx$$

$$=4\ln3-\left(\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x+1|\right)\Big|_0^2=4\ln3-\ln3=3\ln3$$

Vậy: $a=3, b=3$. Từ đó: $6a+7b=39$

Câu 31: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(-\infty;4]$ **C.** $(-\infty;1]$ **D.** $(-\infty;4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=x^3-3x^2+(4-m)x \Rightarrow y'=3x^2-6x+(4-m)$

Để hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ thì: $3x^2-6x+(4-m)\ge 0 \quad \forall x\in(2;+\infty)$

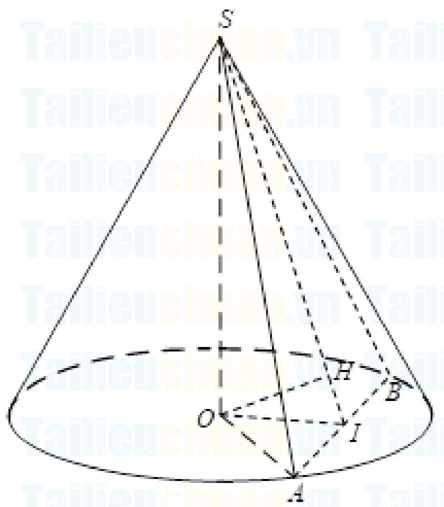
Nên: $\min\limits_{[2;+\infty)}\left(3x^2-6x+(4-m)\right)\ge 0 \Leftrightarrow 4-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 4$

Câu 32: Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của (N) một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng:

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $2a\sqrt{3}$ **C.** $2a\sqrt{2}$ **D.** $a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Hạ: $OI\perp AB$, $OH\perp SI$. Từ đó ta có: $AB\perp(SOI)\Rightarrow AB\perp OH$

Nên: $OH\perp(SAB)\Rightarrow\left(\widehat{SO,(SAB)}\right)=\widehat{OHS}=30°$

Do: $S_{SAB}=\dfrac{1}{2}SA.SB=4a^2 \Leftrightarrow SA=2\sqrt{2}a\Rightarrow AB=4a\Rightarrow AI=2a$

Xét tam giác vuông SOI: $SO=SI.\cos 30°=a\sqrt{3}$

Câu 33: Biết rằng phương trình: $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm x_1; x_2 $(x_1<x_2)$ thoả mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $2x_1+x_2$ bằng:

A. 6. **B.** $\dfrac{34}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>0$.

Đặt $t=\log_3 x\Rightarrow x=3^t$.

Phương trình trở thành: $t^2-(m+2)t+3m-1=0\,(1)$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(3m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 4-2\sqrt{2} \\ m > 4+2\sqrt{2} \end{array}\right. (*)$

Với điều kiện $(*)$ phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 = 3^{t_1}$, $x_2 = 3^{t_2}$.

Ta có: $x_1x_2 = 27 \Leftrightarrow 3^{t_1+t_2} = 27 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$.

Áp dụng định lí Vi-et với phương trình (1) ta có: $t_1 + t_2 = m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thoả).

Với $m = 1$: $(1) \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = 1 \Rightarrow x_1 = 3 \\ t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 9 \end{array}\right.$

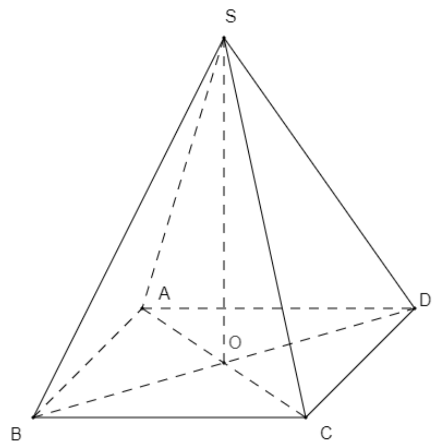
Khi đó: $2x_1 + x_2 = 2.3 + 9 = 15$.

Câu 34: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $\left(\widehat{SB,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SB,OB}\right) = \widehat{SBO} = 60°$.

Ta có : $BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}$.

Tam giác SBO vuông tại O: $SO = BO\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = a\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 35: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ. Ta có:

A. $2S_1 = S_2$. **B.** $4S_1 = 3S_2$. **C.** $3S_1 = 2S_2$. **D.** $2S_1 = 3S_2$.

Lời giải

Chọn C

Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông ABCD cạnh $AB = 2a$.

Ta có: $\begin{cases} R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{2a}{2} = a \\ l = AB = 2a \end{cases}$.

$S_1 = Sxq = 2\pi Rl = 2\pi .a.2a = 4\pi a^2$.

$S_2 = Sxq + 2S_d = 2\pi Rl + 2.\pi R^2 = 2\pi .a.2a + 2\pi .a^2 = 6\pi a^2$.

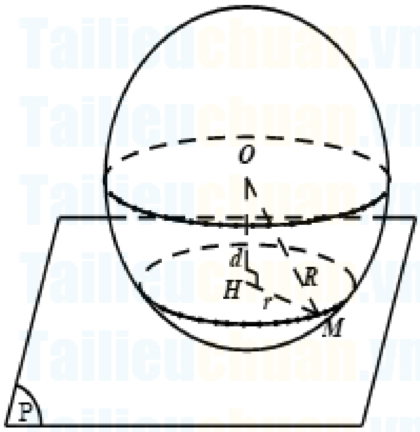
Ta có: $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{4\pi a^2}{6\pi a^2} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow 3S_1 = 2S_2$.

Câu 36: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu tâm O theo đường tròn bán kính bằng $4(cm)$ và khoảng cách từ O đến (P) bằng $3(cm)$. Thể tích của mặt cầu là:

A. $\dfrac{500\pi}{3}(cm^3)$. **B.** $\dfrac{100\pi}{3}(cm^3)$. **C.** $100\pi(cm^3)$. **D.** $500\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết: $d(O;(P)) = d = 3(cm), r = 4(cm)$.

Bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(cm)$.

Thể tích của mặt cầu là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi .5^3 = \dfrac{500\pi}{3}(cm^3)$.

Câu 37: Biết $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx = a + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow 2tdt = \dfrac{1}{x}dx$.

Đổi cận:

+) $x = 1 \Rightarrow t = 1$.

+) $x = e \Rightarrow t = \sqrt{2}$.

Khi đó: $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}dx = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{t^2-1}{t}.2tdt = 2\int_1^{\sqrt{2}} (t^2-1)dt = 2\left(\frac{t^3}{3} - t\right)\Bigg|_1^{\sqrt{2}} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{2}$.

Suy ra $a=\frac{4}{3}, b=-\frac{2}{3} \Rightarrow a+b=\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$.

Câu 38: Cho số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$, thỏa mãn $(1+2i)\overline{z}+z=3-4i$. Tính giá trị biểu thức $S=3x-2y$

A. $S=-10$. **B.** $S=-12$. **C.** $S=-13$. **D.** $S=-11$.

Lời giải

Chọn C

$(1+2i)\overline{z}+z=3-4i \Leftrightarrow (1+2i)(x-yi)+x+yi=3-4i$.

$\Leftrightarrow x+2y+2xi-yi+x+yi=3-4i \Leftrightarrow 2x+2y+2xi=3-4i$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y=3 \\ 2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{7}{2} \end{cases}$.

$\Rightarrow S=3x-2y=-13$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\{0;1;2;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Biết xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400 là $\frac{a}{b}$ $(a,b\in\mathbb{N};(a,b)=1)$. Tính $a+b$

A. 37501. **B.** 15007. **C.** 1501. **D.** 5007.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}, a\neq 0; a,b,c,d,e,f\in A$.

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega)=9.10^5$.

Gọi A là biến cố "Chọn được một số tự nhiên từ tập S sao cho chữ số tự nhiên đó có tích các chữ số bằng 1400".

Ta có: $1400=7.5.5.2.2.2=7.5.5.4.2.1$, khi đó ta có các trường hợp sau đây:

TH1: $(a,b,c,d,e,f)=(7,5,5,2,2,2)$

Chọn vị trí cho 3 số 2 có C_6^3 và chọn vị trí cho số 7 có 3 cách.

Vậy trường hợp này ta cố $3C_6^3$ số.

TH2: $(a,b,c,d,e,f)=(7,5,5,4,2,1)$

Chọn vị trí cho 2 số 5 có C_6^2 cách và sắp xếp 4 số còn lại vào 4 vị trí có $4!$ cách.

Vậy trường hợp này ta cố $4!C_6^2$ số.

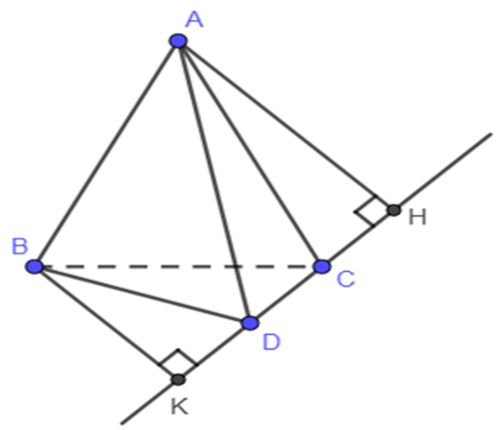
$\Rightarrow n(A)=3C_6^3+4!C_6^2 \Rightarrow P(A)=\frac{3C_6^3+4!C_6^2}{9.10^5}=\frac{7}{15000}$.

Câu 40: Cho khối tứ diện $ABCD$ có $AC = 2CD = DB = 2a$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên đường thẳng CD sao cho H, C, D, K theo thứ tự cách đều. Biết góc tạo bởi AH và BK bằng $60°$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = a\sqrt{3}$ và $BK = \sqrt{BD^2 - DK^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AH \perp HK \\ BK \perp HK \end{array}\right\} \Rightarrow d(AH; BK) = HK = 3a$

Ta có: $V_{ABHK} = \frac{1}{6} AH.BK \sin(AH, BK) d(AH, BK) = \frac{1}{6} a\sqrt{3}.a\sqrt{3} \sin 60°.3a = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $\frac{V_{ABHK}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{6} AB.HK \sin(AB, HK) d(AB, HK)}{\frac{1}{6} AB.CD \sin(AB, CD) d(AB, CD)} = \frac{HK}{CD} = 3 \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41: Trong giờ nghỉ giữa giờ môn Toán, bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng cùng nói chuyện về chiều cao của mỗi người.

— An nói: Tôi cao nhất

— Bình nói: Tôi không thể là thấp nhất.

— Cường nói: Tôi không cao bằng An nhưng cũng không phải là thấp nhất.

— Dũng nói: Thế thì tôi thấp nhất rồi!

Để xác định ai đúng ai sai, họ đã tiến hành đo tại chỗ, kết quả là chỉ có một người nói sai và không có bạn nào có cùng chiều cao. Ai là người nói sai?

A. Dũng. **B.** Cường. **C.** Bình. **D.** An.

Lời giải

Chọn D

Nếu Dũng nói sai thì Bình hoặc Cường có thể là người thấp nhất dẫn đến có 2 người nói sai.

Nếu Cường nói sai thì Cường có thể cao bằng An dẫn đến có 2 người nói sai.

Nếu Bình nói sai thì Bình có thể thấp nhất dẫn đến Dũng nói sai.

Nếu An nói sai thì ta có một thứ tự sắp từ lớn tới bé để chỉ An nói sai là Bình, An, Cường và Dũng.

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;3;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M,N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Biết giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ có dạng $\sqrt{a-b\sqrt{c}}$ ($a,b,c\in\mathbb{N}$ và c là số nguyên tố). Tính $a+b+c$.

A. 80. **B.** 93. **C.** 89. **D.** 90.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(P):\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25\\ x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0\end{cases}\Leftrightarrow (P):z=0\Rightarrow (P)\equiv(Oxy)$.

Gọi $C(0;0;0)$ và $D(2;3;0)$ lần lượt là hình chiếu của A và B trên (Oxy).

$\Rightarrow AC=3, BD=5, CD=\sqrt{13}$

Với 4 điểm M,N,C,D trên một mặt phẳng ta luôn có được:

$CM+MN+ND\ge CD\Leftrightarrow CM+ND\ge\sqrt{13}-1$.

Ta có: $AM+BN=\sqrt{AC^2+CM^2}+\sqrt{BD^2+DN^2}$

Áp dụng bất đẳng thức Minkowski:

$$\sqrt{AC^2+CM^2}+\sqrt{BD^2+DN^2}\ge\sqrt{(AC+BD)^2+(CM+DN)^2}\ge\sqrt{64+\left(\sqrt{13}-1\right)^2}=\sqrt{78-2\sqrt{13}}$$

Đẳng thức xảy ra khi M,N,C,D thẳng hàng và $\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{CM}{DN}$.

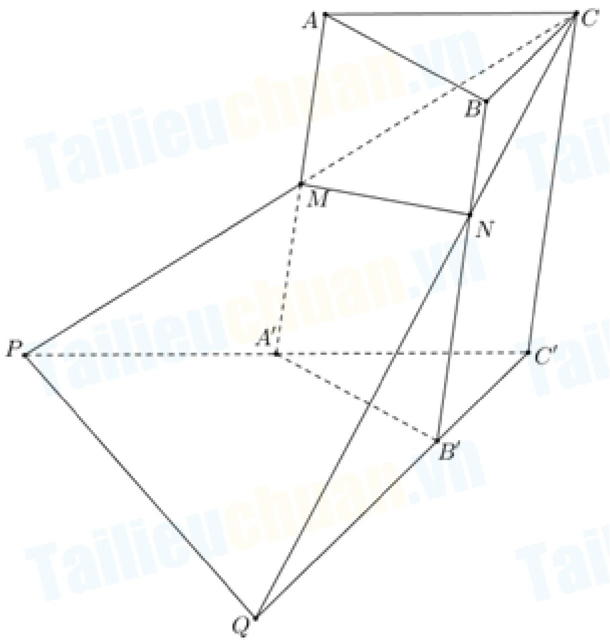
$\Rightarrow a+b+c=78+2+13=93$

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M,N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AA' và BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $B'N=\dfrac{2}{3}BB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Biết thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N};a,b$ nguyên tố cùng nhau). Tính $a+2b$.

A. 14. **B.** 31. **C.** 41. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C



+/ Ta có: $\dfrac{S_{ABNM}}{S_{A'B'NM}}=\dfrac{\frac{1}{2}(BN+AM)d(AA',BB')}{\frac{1}{2}(B'N+A'M)d(AA',BB')}=\dfrac{\frac{1}{3}BB'+\frac{1}{2}AA'}{\frac{2}{3}BB'+\frac{1}{2}AA'}=\dfrac{5}{7}$

$\Rightarrow V_{C.A'B'NM}=\dfrac{7}{5}V_{C.ABNM}$

$\Rightarrow V_{C.A'B'NM}=\dfrac{7}{12}V_{C.ABB'A'}=\dfrac{7}{12}.\dfrac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{7}{18}V_{ABC.A'B'C'}$

$\Rightarrow V_{MNCA'B'C'}=V_{C.A'B'NM}+V_{C.A'B'C'}=\dfrac{7}{18}V_{ABC.A'B'C'}+\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{13}{18}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{13}{9}$.

+/ Do M là trung điểm của AA' nên A' là trung điểm của PC'

Lại có: $\dfrac{B'Q}{BC}=\dfrac{B'N}{BN}=2\Rightarrow B'Q=2BC=2B'C'$

$\dfrac{V_{C.A'B'C'}}{V_{C.PQC'}}=\dfrac{\frac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(C,(A'B'C')\right)}{\frac{1}{3}S_{PQC'}.d\left(C,(A'B'C')\right)}=\dfrac{B'C'.d(A',B'C')}{QC'.d(P,QC')}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow V_{C.PQC'}=6V_{C.A'B'C'}=6.\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=4$

Vậy $V_{A'MPB'NQ}=V_{C.PQC'}-V_{MNC.A'B'C'}=4-\dfrac{13}{9}=\dfrac{23}{9}\Rightarrow a=23,b=9\Rightarrow a+2b=41$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0),B(0;-2;3),C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A,B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và trục Oy.

A. $M(0;-1;0)$ hoặc $M\left(0;\dfrac{23}{37};0\right)$.

B. $M(0;1;0)$ hoặc $M\left(0;-\dfrac{23}{37};0\right)$.

C. $M(0;-1;0)$ hoặc $M\left(0;-\dfrac{23}{37};0\right)$.

D. $M(0;1;0)$ hoặc $M\left(0;\dfrac{23}{37};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+by+cz+d=0$

Do $A\in(P)\Rightarrow 1+d=0\Leftrightarrow d=-1$

$B\in(P)\Rightarrow -2b+3c-1=0\Leftrightarrow c=\dfrac{2b+1}{3}$

$d(C,(P))=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \dfrac{|1+b+c+d|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \sqrt{3}|b+c|=2\sqrt{1+b^2+c^2}$

$\Leftrightarrow 3(b^2+c^2+2bc)=4(1+b^2+c^2)\Leftrightarrow b^2+c^2-6bc+4=0$

$\Leftrightarrow b^2+\left(\dfrac{2b+1}{3}\right)^2-6b.\dfrac{2b+1}{3}+4=0$

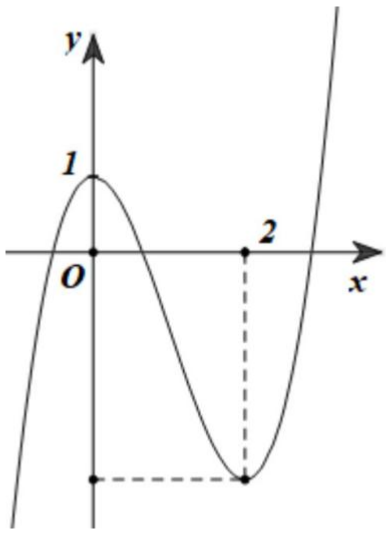
$\Leftrightarrow 23b^2+14b-37=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=-\dfrac{37}{23} \end{array}\right.$

Với $b=1\Rightarrow c=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là: $x+y+z-1=0$. Tọa độ giao điểm của (P) và trục Oy là $M_1(0;1;0)$.

Với $b=-\dfrac{37}{23}\Rightarrow c=-\dfrac{17}{23}$. Phương trình mặt phẳng (P) là: $x-\dfrac{37}{23}y-\dfrac{17}{23}z-1=0$

$\Leftrightarrow 23x-37y-17z-23=0$. Tọa độ giao điểm của (P) và trục Oy là $M_1\left(0;-\dfrac{23}{37};0\right)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^5+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?



A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2012.

Lời giải

Chọn C

+ Từ đồ thi hàm số $y=f(x)$ ta có $f'(x)=a.x.(x-2)\ (a>0)$

$g'(x)=f'\left(\left|x^5+4x\right|+m\right).\left(\left|x^5+4x\right|+m\right)'$

$=a.\left(\left|x^5+4x\right|+m\right).\left(\left|x^5+4x\right|+m-2\right).\dfrac{\left(5x^4+4\right).x.\left(x^4+4\right)}{\sqrt{\left(x^5+4x\right)^2}}$

$$\left(\left|x^5+4x\right|+m\right).\left(\left|x^5+4x\right|+m-2\right).\left(5x^4+4\right).x.\left(x^4+4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ \left|x^5+4x\right|=-m\\ \left|x^5+4x\right|=-m+2\end{array}\right.$$

+ Xét hàm số $h(x)=\left|x^5+4x\right|\Rightarrow h'(x)=\dfrac{\left(5x^4+4\right).(x^5+4x)}{\sqrt{\left(x^5+4x\right)^2}}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
h'(x)		-	||	+	
h(x)	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy các phương trình $\left|x^5+4x\right|=-m$ (1) và $\left|x^5+4x\right|=-m+2$ (2)

nếu có nghiệm $x=0$ thì nghiệm đó là nghiệm bội chẵn

$\Rightarrow$ hàm số $g(x)=f\left(\left|x^5+5x\right|+m\right)$ luôn có điểm cực trị $x=0$.

+ Để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^5+5x\right|+m\right)$ có 5 điểm cực trị thì cả hai phương trình (1) và (2) đều có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow\begin{cases}-m>0\\-m+2>0\end{cases}\Leftrightarrow m<0$. Do $m\in Z, m\in[-2021;2021]\Rightarrow$ có 2021 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức sau.

$\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=2y+2021$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=\left(y^2+2022\right).\log_{2022}\left[\left(x^2-1\right)^2+2022\right]\geq y^2+2022$ (1)

Dấu bằng xảy ra khi $x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

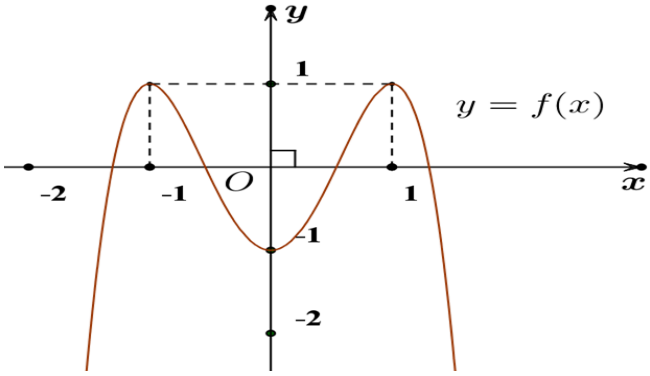
$y^2+2022=\left(y^2+1\right)+2021\geq 2021$ (2) Dấu bằng xảy ra khi $y=1$.

Từ (1), (2) ta có $\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=2y+2021$ khi $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$.

Vậy có hai cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức

$\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=2y+2021$.

Câu 47: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(e^{f(x)}+f(x)\right)=1$ là:



A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

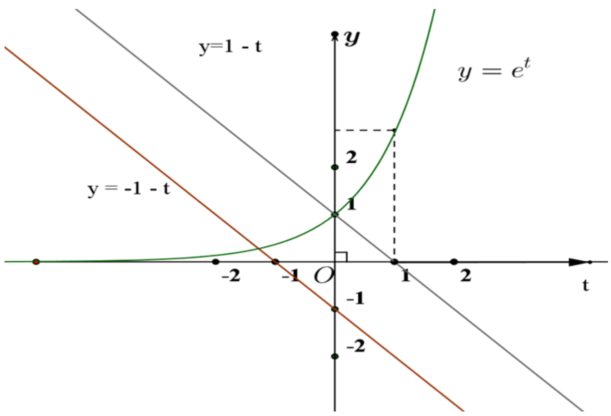
$f\left(e^{f(x)}+f(x)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^{f(x)}+f(x)=1\\e^{f(x)}+f(x)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^{f(x)}=1-f(x)\,(1)\\e^{f(x)}=-1-f(x)\,(2)\end{array}\right.$

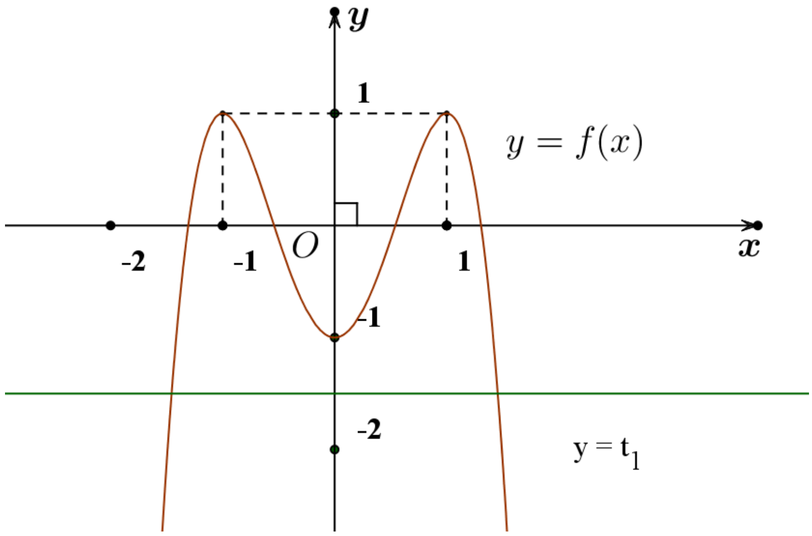
Đặt $t=f(x),(t\leq 1)$. Khi đó (1) trở thành $e^t=1-t\,(3),(t\leq 1)$.

Khi đó (2) trở thành $e^t=-1-t\,(4),(t\leq 1)$.

Số nghiệm của (3) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=e^t$ và $y=1-t\,,(t\leq 1)$

Số nghiệm của (4) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=e^t$ và $y=-1-t\,,(t\leq 1)$





Dựa vào đồ thị phương trình (3) có 1 nghiệm $t=0$ hay $f\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm phâm biệt

Dựa vào đồ thị phương trình (4) có 1 nghiệm $t=t_1\left(-2<t_1<-1\right)$ hay $f\left(x\right)=t_1$ có 2 nghiệm phâm biệt

Vậy phương trình $f\left(e^{f(x)}+f(x)\right)=1$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tụctrên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)-2f(x)=\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2+4x-1}{2}},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=e^2$. Biết $f(3)=a.e^b+c$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$. Tính $2a+3b+4c$.

A. 36. **B.** 30. **C.** 24. **D.** 32.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)-2f(x)=\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2+4x-1}{2}}\Leftrightarrow f'(x).e^{-2x}-2.e^{-2x}.f(x)=\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2-1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow\left[e^{-2x}f\left(x\right)\right]'=\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2-1}{2}}\Rightarrow e^{-2x}f\left(x\right)\Big|_1^3=\int_1^3\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2}{2}}dx\ (1)$$

Đặt $K=\int_1^3\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2-1}{2}}dx=\int_1^3 x^2e^{\frac{x^2-1}{2}}dx+\int_1^3 e^{\frac{x^2-1}{2}}dx$ (2). Đặt $L=\int_1^3 e^{\frac{x^2-1}{2}}dx$

Đặt $\begin{cases}u=e^{\frac{x^2-1}{2}}\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=x.e^{\frac{x^2-1}{2}}.dx\\ v=x\end{cases}\Rightarrow L=xe^{\frac{1}{2}\left(x^2-1\right)}\Big|_1^3-\int_1^3 x^2e^{\frac{x^2-1}{2}}dx\Rightarrow L=3e^4-1-\int_1^3 x^2e^{\frac{x^2-1}{2}}dx$ (3)

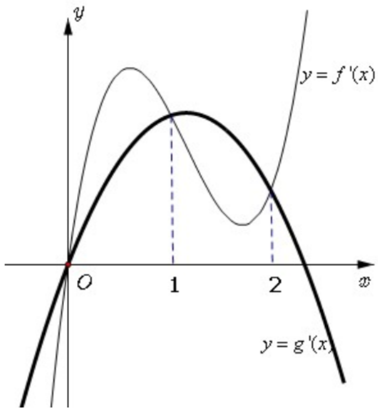
Thay (3) vào (2) ta được $K=\int_1^3\left(x^2+1\right)e^{\frac{x^2-1}{2}}dx=3e^4-1$ (4).

Thay (4) vào (1) ta được

$e^{-2x}.f(x)\Big|_1^3 = 3e^4 - 1 \Rightarrow e^{-6}.f(3) - e^{-2}.f(1) = 3e^4 - 1 \Rightarrow f(3) = 3e^{10} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 10 \\ c = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2a + 3b + 4c = 30$

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g'(x) = qx^2 + nx + p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng 10 và $f(2) = g(2)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$ và a, b nguyên tố cùng nhau). Tính $a - b$.



A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ suy ra $f'(x) - g'(x) = ax(x-1)(x-2)$.

Mà $\int\limits_0^2 |f'(x) - g'(x)| \mathrm{d}x = 10 \Leftrightarrow \int\limits_0^2 |ax(x-1)(x-2)| \mathrm{d}x = 10 \Leftrightarrow |a| \int\limits_0^2 |x(x-1)(x-2)| \mathrm{d}x = 10$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}|a| = 10 \Leftrightarrow |a| = 20$.

Dựa vào đồ thị hàm $y = f'(x)$ suy ra $a > 0$. Do đó $|a| = 20 \Rightarrow a = 20$.

Mặt khác, lại có $f'(x) - g'(x) = 20x(x-1)(x-2) = 20(x^3 - 3x^2 + 2x)$

$\Rightarrow \int (f'(x) - g'(x)) \mathrm{d}x = \int (20(x^3 - 3x^2 + 2x)) \mathrm{d}x$

$\Rightarrow f(x) - g(x) = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2 + C$

Với $x = 2 \Rightarrow f(2) - g(2) = C \Rightarrow C = 0$.

Suy ra $f(x) - g(x) = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2 \Rightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

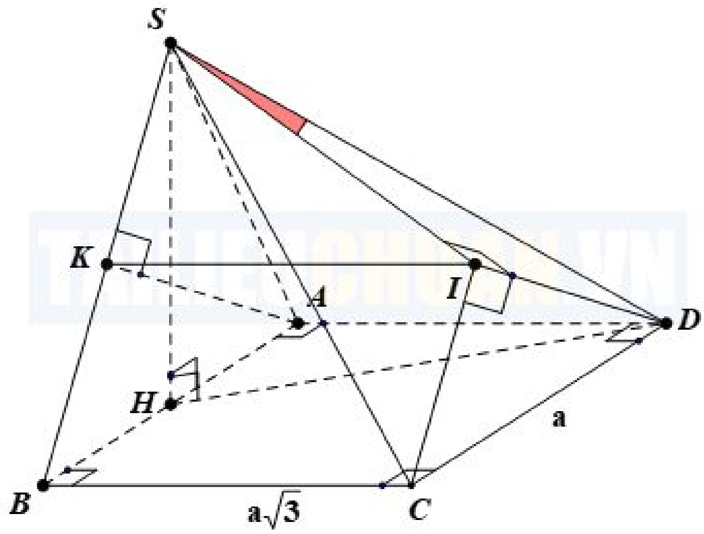
Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$S = \int\limits_0^2 (5x^4 - 20x^3 + 20x^2) \mathrm{d}x = \frac{16}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 3 \end{cases}$. Vậy $a - b = 13$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Chọn B

Gọi H là trung điểm của AB.

Vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên $SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH \perp BC$.

Mà $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$.

Ta có $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SB.

Kẻ $AK \perp SB \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Do đó kẻ $DI \perp (SBC) \Rightarrow DI // AK$ và $DI = AK$ đồng thời có $\widehat{(SD,(SBC))} = \widehat{DSI}$.

Tam giác SAB là tam giác đều cạnh a, có AK, SH là trung tuyến đồng thời là đường cao nên $SH = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$, H là trung điểm của AB

$\Rightarrow HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2} \Rightarrow SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = 2a$.

Xét tam giác SDI là tam giác vuông tại I có $DI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SD = 2a$

$\Rightarrow \sin\widehat{DSI} = \frac{DI}{SD} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos\widehat{DSI} = \sqrt{1 - \sin^2\widehat{DSI}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

Vậy côsin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{13}}{4}$.