# I. Công thức lượng giác :

## 1. Hệ thức cơ bản :

| | |
|---|---|
| $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ | $\text{tg}x.\text{cotg}x = 1$ |
| $\text{tg}x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ | $1 + \text{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ |
| $\text{cotg}x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ | $1 + \text{cotg}^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$ |

## 2. Các cung liên kết : Đối - Bù - Phụ - Hơn kém $\pi$ ; $\dfrac{\pi}{2}$

| | |
|---|---|
| $\cos(-x) = \cos x$ | $\text{tg}(-x) = -\text{tg}x$ |
| $\sin(-x) = -\sin x$ | $\text{cotg}(-x) = -\text{cotg}x$ |

| | |
|---|---|
| $\sin(\pi - x) = \sin x$ | $\text{tg}(\pi - x) = -\text{tg}x$ |
| $\cos(\pi - x) = -\cos x$ | $\text{cotg}(\pi - x) = -\text{cotg}x$ |

| | |
|---|---|
| $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$ | $\text{tg}(\frac{\pi}{2} - x) = \text{cotg}x$ |
| $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$ | $\text{cotg}(\frac{\pi}{2} - x) = \text{tg}x$ |

| | |
|---|---|
| $\sin(x + \pi) = -\sin x$ | $\text{tg}(x + \pi) = \text{tg}x$ |
| $\cos(x + \pi) = -\cos x$ | $\text{cotg}(x + \pi) = \text{cotg}x$ |

| | |
|---|---|
| $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$ | $\text{tg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\text{cotg}x$ |
| $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$ | $\text{cotg}(x + \frac{\pi}{2}) = -\text{tg}x$ |

**3. Công thức cộng :**

| |
|---|
| $\sin(x \pm y) = \sin x.\cos y \pm \cos x.\sin y$ |
| $\cos(x \pm y) = \cos x.\cos y \mp \sin x.\sin y$ |
| $tg(x \pm y) = \dfrac{tgx \pm tgy}{1 \mp tgx.tgy}$ |

**4. Công thức nhân đôi :**

| | |
|---|---|
| $\sin 2x = 2\sin x.\cos x$ | $tg\,2x = \dfrac{2tgx}{1 - tg^2x}$ |
| $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$ | $\cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$ |
| | $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$ |

**5. Công thức biểu diễn sinx, cosx, tgx theo $t = tg\dfrac{x}{2}$ :**

| | | |
|---|---|---|
| $\sin x = \dfrac{2t}{1+t^2}$ | $\cos x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ | $tgx = \dfrac{2t}{1-t^2}$ |

**6. Công thức nhân ba :**

| | |
|---|---|
| $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$ | $tg\,3x = \dfrac{3tgx - tg^3x}{1 - 3tg^2x}$ |
| $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ | $\cos^3 x = \dfrac{3\cos x + \cos 3x}{4}$ |
| | $\sin^3 x = \dfrac{3\sin x - \sin 3x}{4}$ |

## 7. Công thức biến đổi :

### a/. Tích thành tổng :

- $\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)]$
- $\sin a.\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)]$
- $\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

### b/. Tổng thành tích :

- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
- $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
- $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $\mathrm{tg}x + \mathrm{tg}y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x.\cos y}$
- $\mathrm{cotg}x + \mathrm{cotg}y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x.\sin y}$
- $\mathrm{tg}x - \mathrm{tg}y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x.\cos y}$
- $\mathrm{cotg}x - \mathrm{cotg}y = \frac{\sin(y-x)}{\sin x.\sin y}$

Đặc biệt :

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})$$

$$1 \pm \sin 2x = (\sin x \pm \cos x)^2$$

## II. Phương trình lượng giác :

### 1. Phương trình cơ bản :

a/. $\sin x = \sin\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

Đặc biệt : $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ; $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

**b/.** $\cos x = \cos\alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in Z)$

Đặc biệt : $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ ; $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

**c/.** $tgx = tg\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in Z)$

**d/.** $cotgx = cotg\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi \quad (k \in Z)$

## 2. Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác :

*Cách giải :* Đặt $t = \sin x$ (hoặc cosx , tgx , cotgx) ta có phương trình

$$\boxed{a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \ldots + a_0 = 0}$$

Nếu $t = \cos x$ hoặc $t = \sin x$ thì có điều kiện $-1 \le t \le 1$

## 3. Phương trình bậc nhất theo sinx và cosx :

$$\boxed{a.\sin x + b.\cos x = c} \qquad a.b \neq 0$$

Điều kiện có nghiệm : $a^2 + b^2 \ge c^2$

*Cách giải :* Chia 2 vế phương trình cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ và sau đó đưa về phương trình lượng giác cơ bản

## 4. Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với sinx và cosx :

$$\boxed{a.\sin^2 x + b.\sin x.\cos x + c.\cos^2 x = 0}$$

*Cách giải* :

Xét $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ có phải là nghiệm không?

Xét $\cos x \neq 0$ chia 2 vế cho $\cos^2 x$ và đặt $t = tgx$

## 5. Phương trình dạng : $\boxed{a.(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x = c}$

*Cách giải* : Đặt $t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin(x \pm \dfrac{\pi}{4})$ ; $-\sqrt{2} \le t \le \sqrt{2}$

$$\Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad (\text{hoặc } \sin x.\cos x = \frac{1 - t^2}{2})$$

và giải phương trình bậc hai theo t

## III. Hệ thức lượng trong tam giác :

**1. Định lý hàm số cosin :**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

**2. Định lý hàm số sin :**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

**3. Công thức tính độ dài trung tuyến :**

$$m_a = \sqrt{\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}}\ ;\ m_b = \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}}\ ;\ m_c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$$

**4. Công thức tính diện tích tam giác :**

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ac.\sin B = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$S = p.r\quad ;\quad S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$