

MỤC LỤC

Phần 1	50 DẠNG TOÁN ÔN THI THPT 2022	1
1	Số phức	1
A	Kiến thức cần nhớ	1
B	Bài tập mẫu	1
C	Bài tập tương tự và phát triển	2
D	Bảng đáp án	4
2	Các yếu tố cơ bản về mặt cầu	5
A	Kiến thức cần nhớ	5
B	Bài tập mẫu	5
C	Bài tập tương tự và phát triển	6
D	Bảng đáp án	7
3	Tìm điểm thuộc đồ thị, đường thẳng	8
A	Kiến thức cần nhớ	8
B	Bài tập mẫu	8
C	Bài tập tương tự và phát triển	8
D	Bảng đáp án	10
4	Khối nón - trụ - cầu	11
A	Kiến thức cần nhớ	11
B	Bài tập mẫu	11
C	Bài tập tương tự và phát triển	12
D	Bảng đáp án	14
5	Nguyên hàm cơ bản	15
A	Kiến thức cần nhớ	15
B	Bài tập mẫu	15
C	Bài tập tương tự và phát triển	15
D	Bảng đáp án	18
6	Cực trị của hàm số	19
A	Kiến thức cần nhớ	19
B	Bài tập mẫu	20

	C Bài tập tương tự và phát triển	20
	D Bảng đáp án	25
7	Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit	26
	A Tóm tắt lý thuyết	26
	B Bài tập mẫu	26
	C Bài tập tương tự và phát triển	26
	D Bảng đáp án	30
8	Thể tích của khối chóp cơ bản	31
	A Kiến thức cần nhớ	31
	B Bài tập mẫu	31
	C Bài tập tương tự và phát triển	31
	D Bảng đáp án	34
9	Tập xác định hàm số lũy thừa, hàm số lôgarit	35
	A Kiến thức cần nhớ	35
	B Bài tập mẫu	35
	C Bài tập tương tự và phát triển	35
	D Bảng đáp án	36
10	Phương trình lôgarit	37
	A Kiến thức cần nhớ	37
	B Bài tập mẫu	37
	C Bài tập tương tự và phát triển	37
	D Bảng đáp án	38
11	Tích Phân sử dụng tính chất cơ bản	39
	A Kiến thức cần nhớ	39
	B Bài tập mẫu	39
	C Bài tập tương tự và phát triển	39
	D Bảng đáp án	43
12	Phép toán trên số phức	44
	A Kiến thức cần nhớ	44
	B Bài tập mẫu	44
	C Bài tập tương tự và phát triển	44
	D Bảng đáp án	46
13	Xác định các yếu tố cơ bản của mặt phẳng	47
	A Kiến thức cần nhớ	47
	B Bài tập mẫu	47
	C Bài tập tương tự và phát triển	47

D	Bảng đáp án	49
14	Véc-tơ trong không gian	50
A	Kiến thức cần nhớ	50
B	Bài tập mẫu	51
C	Bài tập tương tự và phát triển	51
D	Bảng đáp án	53
15	Điểm biểu diễn số phức	54
A	Kiến thức cần nhớ	54
B	Bài tập mẫu	54
C	Bài tập tương tự và phát triển	55
D	Bảng đáp án	57
16	Tiệm cận	58
A	Kiến thức cần nhớ	58
B	Bài tập mẫu	58
C	Bài tập tương tự và phát triển	58
D	Bảng đáp án	62
17	Tính giá trị lôgarit	63
A	Kiến thức cần nhớ	63
B	Bài tập mẫu	63
C	Bài tập tương tự và phát triển	63
D	Bảng đáp án	67
18	Nhận dạng đồ thị	68
A	Kiến thức cần nhớ	68
B	Bài tập mẫu	70
C	Bài tập tương tự và phát triển	70
D	Bảng đáp án	79
19	Phương trình đường thẳng	80
A	Kiến thức cần nhớ	80
B	Bài tập mẫu	82
C	Bài tập tương tự và phát triển	82
20	Hóa vị - chỉnh hợp - tổ hợp	85
A	Kiến thức cần nhớ	85
B	Bài tập mẫu	85
C	Bài tập tương tự và phát triển	85
D	Bảng đáp án	86

21	Thể tích	87
A	Kiến thức cần nhớ	87
B	Bài tập mẫu	88
C	Bài tập tương tự và mở rộng	88
D	Bảng đáp án	89
22	Đạo hàm của hàm số mũ, logarit	90
A	Kiến thức cần nhớ	90
B	Bài tập mẫu	90
C	Bài tập tương tự và phát triển	90
D	Bảng đáp án	91
23	Xét tính đơn điệu của hàm số	92
A	Kiến thức cần nhớ	92
B	Bài tập mẫu	92
C	Bài tập tương tự và phát triển	92
D	Bảng đáp án	96
24	Các yếu tố cơ bản mặt tròn xoay	97
A	Kiến thức cần nhớ	97
B	Bài tập mẫu	97
C	Bài tập tương tự và phát triển	98
D	Bảng đáp án	99
25	Tích Phân sử dụng tính chất cơ bản	100
A	Kiến thức cần nhớ	100
B	Bài tập mẫu	100
C	Bài tập tương tự và phát triển	100
D	Bảng đáp án	101
26	Cấp số cộng, cấp số nhân	102
A	Kiến thức cần nhớ	102
B	Bài tập mẫu	102
C	Bài tập tương tự và phát triển	102
D	Bảng đáp án	105
27	Nguyên hàm	106
A	Kiến thức cần nhớ	106
B	Bài tập mẫu	106
C	Bài tập tương tự và phát triển	106
D	Bảng đáp án	107

28	Cực trị của hàm số dựa vào BBT, Đồ thị	108
A	Kiến thức cần nhớ	108
B	Bài tập mẫu	108
C	Bài tập tương tự và phát triển	109
D	Bảng đáp án	110
29	Tìm GTLN & GTNN của hàm số	111
A	Kiến thức cần nhớ	111
B	Bài tập tương tự và phát triển	112
C	Bảng đáp án	117
30	Xét tính đơn điệu của hàm số	118
A	Kiến thức cần nhớ	118
B	Bài tập mẫu	118
C	Bài tập tương tự và phát triển	118
D	Bảng đáp án	120
31	Tính giá trị lôgarit	121
A	Kiến thức cần nhớ	121
B	Bài tập mẫu	121
C	Bài tập tương tự và phát triển	121
D	Bảng đáp án	124
32	Tích phân hàm ẩn	125
A	Tóm tắt lý thuyết	125
B	Kiến thức cần nhớ	125
C	Bài tập mẫu	125
D	Bài tập tương tự và phát triển	125
E	Bảng đáp án	128
34	Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến đường thẳng	129
A	Kiến thức cần nhớ	129
B	Bài tập mẫu	129
C	Bài tập tương tự và phát triển	130
D	Bảng đáp án	134
35	Số phức	135
A	Kiến thức cần nhớ	135
B	Bài tập mẫu	135
C	Bài tập tương tự và phát triển	136
D	Bảng đáp án	138

36	Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng	139
A	Kiến thức cần nhớ	139
B	Bài tập mẫu	139
C	Bài tập tương tự và phát triển	140
D	Bảng đáp án	144
37	Xác suất	145
A	Kiến thức cần nhớ	145
B	Bài tập mẫu	146
C	Bài tập tương tự và phát triển	147
D	Bảng đáp án	148
38	Phương trình đường thẳng	149
A	Kiến thức cần nhớ	149
B	Bài tập mẫu	151
C	Bài tập tương tự và phát triển	151
39	Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit	156
A	Tóm tắt lý thuyết	156
B	Bài tập mẫu	156
C	Bài tập tương tự và phát triển	157
D	Bảng đáp án	160
40	Tính đơn điệu của hàm số liên kết	161
A	Kiến thức cần nhớ	161
B	Bài tập mẫu	163
C	Bài tập tương tự và phát triển	163
D	Bảng đáp án	174
41	Cực trị số phức	175
A	Kiến thức cần nhớ	175
B	Bài tập mẫu	176
C	Bài tập tương tự và phát triển	177
D	Bảng đáp án	180

CHUYÊN ĐỀ



50 DẠNG TOÁN ÔN THI THPT 2022

DẠNG 1. SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi a là phần thực và b là phần ảo của số phức z .

2. Số phức liên hợp

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

3. Biểu diễn số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức z .

4. Mô-đun số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Mô-đun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Hai số phức bằng nhau

- Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.
- Số phức là thuần ảo \Rightarrow phần thực bằng 0 và số thực \Rightarrow phần ảo bằng 0.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 1 (Đề tham khảo BGD - 2022). Mô-đun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- (A) 8. (B) $\sqrt{10}$. (C) 10. (D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $z = 3 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án (B) □

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1.1. Môđun số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được tính bởi công thức nào sau đây?

- (A) $|z| = a^2 + b^2$. (B) $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$. (C) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. (D) $|z| = a^2 - b^2$.

Câu 1.2. Mô-đun của số phức $z = 1 + 2i$ bằng

- (A) 5. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) 3.

Câu 1.3. Cho số phức $z = 2 + i$. Mô-đun của z bằng

- (A) 3. (B) 5. (C) 2. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 1.4. Mô-đun của số phức $z = 1 - 2i$ bằng

- (A) 5. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) 3.

Câu 1.5. Mô-đun của số phức $1 - 3i$ bằng

- (A) 2. (B) 10. (C) $\sqrt{10}$. (D) 3.

Câu 1.6. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 - 3i$. Mô-đun của $z_1 + z_2$ bằng

- (A) $\sqrt{13}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 1. (D) 5.

Câu 1.7. Cho số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$. Mô-đun của z bằng

- (A) $25\sqrt{2}$. (B) $7\sqrt{2}$. (C) $5\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 1.8. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + i$. Mô-đun của số phức $w = z_1 - 2z_2 + 3$ là

- (A) $|w| = \sqrt{5}$. (B) $|w| = 5$. (C) $|w| = 4$. (D) $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 1.9. Cho số phức z thỏa $z(2 - i) + 13i = 1$. Mô-đun của z bằng

- (A) $\sqrt{34}$. (B) 34. (C) $\frac{5\sqrt{34}}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 1.10. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 4 - 5i$. Mô-đun của số phức $w = z_1 + 5z_2$ bằng

- (A) $\frac{67}{2}$. (B) $\frac{167}{5}$. (C) $\sqrt{225}$. (D) $\sqrt{1117}$.

Câu 1.11. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- (A) $|z_1 + z_2| = 1$. (B) $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. (C) $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. (D) $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 1.12. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$. Mô-đun của số phức $w = \bar{z} + z^2$ bằng

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $3\sqrt{10}$. (C) $\sqrt{206}$. (D) $\sqrt{134}$.

Câu 1.13. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 1 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) 8. (C) $2\sqrt{10}$. (D) 40.

Câu 1.14. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Môđun của số phức $(z_1 \cdot z_2)^2$ bằng

- (A) $\sqrt{50}$. (B) 50. (C) $\sqrt{10}$. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 1.15. Cho hai số phức $z = 2 + 2i$ và $w = 2 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- (A) 40. (B) 8. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Câu 1.16. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 1 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 20. (D) 8.

Câu 1.17. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}[(3 + 4i)|z| - 4 + 3i] - 5\sqrt{2} = 0$. Môđun của số phức z bằng

- (A) 2. (B) $\sqrt{2}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) 1.

Câu 1.18. Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + i)^2$. Môđun của $w = iz + \bar{z}$ là

- (A) 2. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 1. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 1.19. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(\sqrt{3} + i)^3}{i - 1}$. Môđun của số phức $\bar{z} + iz$ là

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $4\sqrt{2}$. (C) 0. (D) 16.

Câu 1.20. Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Môđun của số phức z^{2020} là

- (A) 2^{4040} . (B) 2^{2020} . (C) 2^{6060} . (D) 2^{3030} .

Câu 1.21. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng

- (A) 3. (B) 5. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 1.22. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- (A) $5\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{26}$. (C) 26. (D) 50.

Câu 1.23. Cho số phức $z = 3 - 2i$, môđun của số phức $(1 + i)\bar{z}$ bằng

- (A) $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{26}$. (C) 26. (D) 10.

Câu 1.24. Cho số phức z thỏa mãn $2z + 3(1 - i)\bar{z} = 1 - 9i$. Môđun của z bằng

- (A) $\sqrt{13}$. (B) 5. (C) $\sqrt{5}$. (D) 13.

Câu 1.25. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của z bằng

- (A) $\sqrt{5}$. (B) 5. (C) $\sqrt{3}$. (D) 3.

Câu 1.26. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- (A) $\bar{z} = -2 + i$. (B) $\bar{z} = -2 - i$. (C) $\bar{z} = 2 - i$. (D) $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 1.27. Tìm số phức liên hợp của $z = i(3i + 1)$

- (A) $\bar{z} = 3 - i$. (B) $\bar{z} = -3 + i$. (C) $\bar{z} = 3 + i$. (D) $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 1.28. Số phức liên hợp của $z = (1 - i)(3 + 2i)$

- (A) $\bar{z} = 1 + i$. (B) $\bar{z} = 5 + i$. (C) $\bar{z} = 5 - i$. (D) $\bar{z} = 1 - i$.

Câu 1.29. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{3+2i} = 1-i$. Tìm số phức liên hợp \bar{z}

(A) $\bar{z} = -5-i$. (B) $\bar{z} = 1-5i$. (C) $\bar{z} = 5+i$. (D) $\bar{z} = -1+5i$.

Câu 1.30. Cho số phức z thỏa $\frac{(i-1)z+2}{1-2i} = 2+3i$. Đặt $\bar{z} = a+bi$, khi đó $a+b$ bằng

(A) -1 . (B) 1 . (C) -6 . (D) 6 .

Câu 1.31. Cho số phức z thỏa $(1+i)z = 14-2i$. Biết $\bar{z} = a+bi$. Giá trị của $a+b$ bằng

(A) -4 . (B) 14 . (C) 4 . (D) -14 .

Câu 1.32. Cho số phức $z = 2+i$. Tìm $|z|$

(A) $|z| = 3$. (B) $|z| = 5$. (C) $|z| = 2$. (D) $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 1.33. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$.

(A) $|z| = \sqrt{34}$. (B) $|z| = 34$. (C) $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. (D) $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 1.34. Cho số phức $z = 2-3i$. Tìm mô-đun của số phức $w = (1+i)z - \bar{z}$

(A) $|w| = 3$. (B) $|w| = 5$. (C) $|w| = -4$. (D) $|w| = \sqrt{7}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

1.1. C	1.2. C	1.3. D	1.4. C	1.5. C	1.6. A	1.7. C	1.8. C
1.9. A	1.10. D	1.11. C	1.12. B	1.13. C	1.14. B	1.15. D	1.16. A
1.17. D	1.18. B	1.19. C	1.20. D	1.21. C	1.22. A	1.23. B	1.24. A
1.25. A	1.26. C	1.27. D	1.28. B	1.29. C	1.30. A	1.31. B	1.32. D
1.33. A	1.34. B						

DẠNG 2. CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN VỀ MẶT CẦU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình mặt cầu

- Phương trình mặt cầu dạng 1:

$$(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

Có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

- Phương trình mặt cầu dạng 2:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$$

Có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Lập phương trình mặt cầu

- (S) có tâm $I(a; b; c)$ và đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$

$$(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = MI^2$$

- (S) qua hai điểm A, B sao cho AB là đường kính.

$$(S): (x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 + (z - z_I)^2 = AI^2$$

với $I(x_I; y_I; z_I)$ là trung điểm của AB .

- (S) có tâm $I(a; b; c)$ và tiếp xúc với $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

$$(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

với $R = d_{[I, (P)]}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

(A) 9.

(B) 3.

(C) 81.

(D) 6.

 **Lời giải.**

Phương trình mặt cầu là $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ nên $R^2 = 9 \Rightarrow R = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

(C) BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 2.1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

(A) $I(-1; 2; 1); R = 3$.

(B) $I(1; -2; -1); R = 3$.

(C) $I(-1; 2; 1); R = 9$.

(D) $I(1; -2; -1); R = 9$.

Câu 2.2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 8$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

(A) $I(0; -2; 2); R = 64$.

(B) $I(0; 2; -2); R = 4$.

(C) $I(0; -2; 2); R = 2\sqrt{2}$.

(D) $I(0; 2; -2); R = 2\sqrt{2}$.

Câu 2.3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

(A) $I(1; -2; 3); R = 2$.

(B) $I(-1; 2; -3); R = 2$.

(C) $I(-1; 2; -3); R = 4$.

(D) $I(1; -2; 3); R = 4$.

Câu 2.4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 16 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

(A) $I(2; 1; -2); R = 25$.

(B) $I(-2; -1; 2); R = 5$.

(C) $I(2; 1; -2); R = 5$.

(D) $I(4; 2; -4); R = 13$.

Câu 2.5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm tham số thực m .

(A) $m = -16$.

(B) $m = 16$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = -4$.

Câu 2.6. Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m \leq 6$.

(B) $m > 6$.

(C) $m < 6$.

(D) $m \geq 6$.

Câu 2.7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$?

(A) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

(B) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.

(D) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Câu 2.8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

(A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$.

(B) $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$.

(C) $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2 = 12$.

(D) $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 12$.

Câu 2.9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$ và điểm $M(1; 1; 1)$. Tìm khẳng định đúng.

- (A) Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S) . (B) Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .
 (C) Điểm M thuộc mặt cầu (S) . (D) Đường kính mặt cầu (S) bằng 5.

Câu 2.10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 6$ và điểm $M(2; 2; 4)$. Tìm khẳng định đúng.

- (A) Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S) . (B) Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .
 (C) Điểm M thuộc mặt cầu (S) . (D) Đường kính mặt cầu (S) bằng 6.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

2.1. A	2.2. C	2.3. A	2.4. C	2.5. B	2.6. C	2.7. A	2.8. B
2.9. B	2.10. C						

DẠNG 3. TÌM ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ, ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (G) . Khi đó :

$$M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0) \text{ là mệnh đề đúng}$$

2. Tìm điểm thuộc phương trình mặt phẳng

Cho mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó :

$$M(x_0; y_0; z_0) \in (P) \Leftrightarrow Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \text{ là mệnh đề đúng}$$

3. Điểm thuộc đường thẳng

$$\checkmark \text{ Điểm } M(x_M; y_M; z_M) \in d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_0 + a_1t \\ y_M = y_0 + a_2t \\ z_M = z_0 + a_3t \end{cases} \text{ luôn đúng.}$$

$$\checkmark \text{ Điểm } M(x_M; y_M; z_M) \in d: \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_M - x_0}{a_1} = \frac{y_M - y_0}{a_2} = \frac{z_M - z_0}{a_3} \text{ đúng.}$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 3 (Đề tham khảo BGD - 2022). Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

- (A) Điểm $P(-1; -1)$. (B) Điểm $N(-1; -2)$. (C) Điểm $M(-1; 0)$. (D) Điểm $Q(-1; 1)$.

Lời giải.

Thay điểm $M(-1; 0)$ vào hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 3.1. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 1$?

- (A) $Q(1; 3)$. (B) $M(1; 2)$. (C) $N(1; 1)$. (D) $P(1; 0)$.

Câu 3.2. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$?

- (A) Điểm $M(1; 1)$. (B) Điểm $N(1; 2)$. (C) Điểm $P(1; 3)$. (D) Điểm $Q(1; 0)$.

Câu 3.3. Biết $A(0; a)$; $B(b; 1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 1$, khi đó giá trị $a + b$ là

- (A) -1 . (B) 0 . (C) 1 . (D) 2 .

Câu 3.4. Cho hàm số $y = \frac{x + 2m}{x - m}$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) đi qua điểm $A(2; -1)$.

- (A) $m = 0$. (B) $m = -4$. (C) $m = 4$. (D) $m = -\frac{1}{4}$.

Câu 3.5. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ có tâm đối xứng I là

- (A) $I(-2; 1)$. (B) $I(2; 1)$. (C) $I(2; -1)$. (D) $I(-2; -1)$.

Câu 3.6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{3 - x}$ có tâm đối xứng là

- (A) $I(-2; 3)$. (B) $I(3; -2)$. (C) $I(3; -1)$. (D) $I(3; 2)$.

Câu 3.7. Xác định tọa độ điểm I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 3}{x - 2}$.

- (A) $I(3; 2)$. (B) $I(2; 1)$. (C) $I(2; 3)$. (D) $I(1; 2)$.

Câu 3.8. Cho hàm số $y = \frac{x - 1}{x + m}$, ($m \neq -1$) có đồ thị là (\mathcal{C}) . Tìm m để (\mathcal{C}) nhận điểm $I(2; 1)$ làm tâm đối xứng.

- (A) $m = \frac{1}{2}$. (B) $m = -\frac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = -2$.

Câu 3.9. Đồ thị của hàm số nào sau đây không đi qua điểm $M(1; -2)$?

- (A) $y = \frac{3x - 1}{x - 2}$. (B) $y = x^3 - 3x$.
(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. (D) $y = x^4 - x^2 - 2$.

Câu 3.10. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 5}{x + 1}$ đi qua $A(1; -3)$.

- (A) $m = -11$. (B) $m = 1$. (C) $m = 11$. (D) $m = -1$.

Câu 3.11. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- (A) $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $AB = \frac{5}{4}$. (C) $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $AB = \frac{1}{2}$.

Câu 3.12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x + 1}{1} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

- (A) $Q(1; 0; 2)$. (B) $N(1; -2; 0)$. (C) $P(1; -1; 3)$. (D) $M(-1; 2; 0)$.

Câu 3.13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x - 1}{1} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z - 3}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $M(-1; 2; 3)$. (B) $N(3; 2; 1)$. (C) $P(1; 2; 3)$. (D) $Q(0; 0; 0)$.

Câu 3.14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z - 1}{3}$ đi qua điểm $M(2; m; n)$. Giá trị $m + n$ bằng

(A) -1.

(B) 7.

(C) 3.

(D) 1.

Câu 3.15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$
 Biết

$A(m; m + 2; 1) \in d$. Tìm khẳng định đúng?

(A) $m \in (-\infty; -4)$.

(B) $m \in [-4; 2)$.

(C) $m \in (6; +\infty)$.

(D) $m \in [2; 6]$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

3.1. C	3.2. D	3.3. B	3.4. B	3.5. B	3.6. B	3.7. B	3.8. D
3.9. C	3.10. A	3.11. C	3.12. D	3.13. C	3.14. C	3.15. C	

DẠNG 4. KHỐI NÓN - TRỤ - CẦU

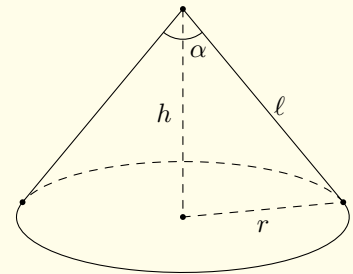
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khối nón

a) $S_{xq \text{ nón}} = \pi r \ell$.

b) $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r \ell + \pi r^2$.

c) $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

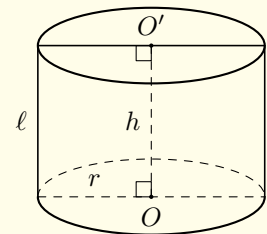


2. Khối trụ

a) $S_{xq} = 2\pi r h$.

b) $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.

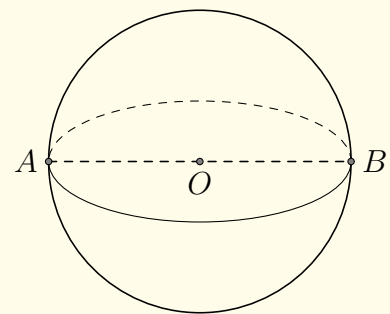
c) $V_{\text{trụ}} = S_{đáy} \cdot h = \pi r^2 h$.



3. Khối cầu

a) $S = 4\pi r^2$.

b) $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$.



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 4 (Đề tham khảo BGD - 2022). Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V = \frac{1}{3} \pi r^3$.

(B) $V = 2\pi r^3$.

(C) $V = 4\pi r^3$.

(D) $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu có bán kính r là $V = \frac{4}{3} \pi r^3$.

Chọn đáp án (D)

□

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 4.1. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A) 16π . (B) 48π . (C) 36π . (D) 4π .

Câu 4.2. Thể tích khối nón có bán kính đáy là 3 cm và độ dài đường sinh là 5 cm bằng

- (A) $12\pi \text{ cm}^3$. (B) $15\pi \text{ cm}^3$. (C) $36\pi \text{ cm}^3$. (D) $45\pi \text{ cm}^3$.

Câu 4.3. Cho khối nón có đường sinh là 5 và diện tích đáy là 9π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A) 12π . (B) 24π . (C) 36π . (D) 45π .

Câu 4.4. Cho hình nón có bán kính đáy 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A) 8π . (B) 16π . (C) $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 4.5. Cho hình nón bán kính đáy bằng a và thể tích khối nón bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

- (A) $3\pi a^2$. (B) $4\pi a^2$. (C) $2\pi a^2$. (D) πa^2 .

Câu 4.6. Cho hình nón bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- (A) 50π . (B) 100π . (C) $\frac{50\pi\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{100\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4.7. Trong không gian, cho tam giác OAB vuông tại O có $OA = 3$, $OB = 4$. Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh OA bằng

- (A) 36π . (B) 20π . (C) 26π . (D) 52π .

Câu 4.8. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh AC bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. (C) $\sqrt{3}\pi a^3$. (D) πa^3 .

Câu 4.9. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

- (A) $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. (C) $\frac{\pi a^3}{12}$. (D) $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4.10. Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối nón bằng

- (A) $\pi\sqrt{3}a^3$. (B) πa^3 . (C) $2\pi\sqrt{3}a^3$. (D) $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 4.11. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 3$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- (A) $12\pi \text{ cm}^2$. (B) $48\pi \text{ cm}^2$. (C) $24\pi \text{ cm}^2$. (D) $36\pi \text{ cm}^2$.

Câu 4.12. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) πaR^2 . (B) $2\pi aR^2$. (C) $\frac{1}{3}\pi aR^2$. (D) aR^2 .

Câu 4.13. Một hình trụ có chiều cao bằng 6 cm và diện tích đáy bằng 4 cm^2 . Thể tích của khối trụ bằng

- (A) 8 cm^3 . (B) 12 cm^3 . (C) 24 cm^3 . (D) 72 cm^3 .

Câu 4.14. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

- (A) $24\pi \text{ cm}^2$. (B) $22\pi \text{ cm}^2$. (C) $26\pi \text{ cm}^2$. (D) $20\pi \text{ cm}^2$.

Câu 4.15. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

- (A) $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. (B) $\pi a^2\sqrt{3}$. (C) $\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$. (D) $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$.

Câu 4.16. Cho hình trụ (T) có chiều cao là 5 và diện tích xung quanh là 30π . Thể tích khối trụ (T) bằng

- (A) 30π . (B) 75π . (C) 15π . (D) 45π .

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 30\pi = 2\pi r \cdot 5 \Leftrightarrow r = 3$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Câu 4.17. Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ bằng

- (A) πa^2 . (B) $\frac{4}{3}\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $16\pi a^3$.

Câu 4.18. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- (A) $2\sqrt{2a}$. (B) $3a$. (C) $\frac{2a}{3}$. (D) $\frac{3a}{2}$.

Câu 4.19. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

- (A) $a\sqrt{5}$. (B) a . (C) $2a$. (D) $3a$.

Câu 4.20. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) $18\pi a^3$. (B) $4\pi a^3$. (C) $8\pi a^3$. (D) $16\pi a^3$.

Câu 4.21. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ với $AB = 4a$ và $AC = 5a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) $16\pi a^3$. (B) $12\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $8\pi a^3$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

4.1. D	4.2. A	4.3. A	4.4. A	4.5. A	4.6. A	4.7. A	4.8. A
4.9. D	4.10. D	4.11. C	4.12. A	4.13. C	4.14. A	4.15. D	4.16. D
4.17. C	4.18. B	4.19. A	4.20. D	4.21. B			

DẠNG 5. NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp

- | | |
|---|---|
| • $\int 0 dx = C;$ | • $\int \cos x dx = \sin x + C;$ |
| • $\int 1 dx = x + C;$ | • $\int \sin x dx = -\cos x + C;$ |
| • $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);$ | • $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$ |
| • $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C;$ | • $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$ |
| • $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C;$ | • $\int \tan x dx = -\ln \cos x + C;$ |
| • $\int e^x dx = e^x + C;$ | • $\int \cot x dx = \ln \sin x + C;$ |
| • $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1);$ | |

2. Nhận xét

Khi thay x bằng $(ax + b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 5 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

- | | |
|---|---|
| <input type="radio"/> (A) $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C.$ | <input type="radio"/> (B) $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}} + C.$ |
| <input type="radio"/> (C) $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$ | <input type="radio"/> (D) $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C.$ |

Lời giải.

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là $\int f(x) dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C.$

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 5.1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- | | | | |
|--|--------------------------------------|--|---------------------------------------|
| <input type="radio"/> (A) $\frac{x^3}{2} + C.$ | <input type="radio"/> (B) $x^3 + C.$ | <input type="radio"/> (C) $\frac{x^3}{3} + C.$ | <input type="radio"/> (D) $3x^3 + C.$ |
|--|--------------------------------------|--|---------------------------------------|

Câu 5.2. Hàm số nào sau đây **không** là nguyên hàm của hàm số $y = x^3$?

- | | | | |
|--|--|--|---------------------------------------|
| <input type="radio"/> (A) $y = \frac{x^4}{4} + 3.$ | <input type="radio"/> (B) $y = \frac{x^4}{4} + 1.$ | <input type="radio"/> (C) $y = \frac{x^4}{4} + 2.$ | <input type="radio"/> (D) $y = 3x^2.$ |
|--|--|--|---------------------------------------|

Câu 5.3. Công thức nguyên hàm nào sau đây là **sai**?

- (A) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C.$ (B) $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$
 (C) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (\alpha \neq -1).$ (D) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C.$

Câu 5.4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là

- (A) $\log |1+x| + C.$ (B) $\ln(1+x) + C.$ (C) $-\frac{1}{(1+x)^2} + C.$ (D) $\ln |1+x| + C.$

Câu 5.5. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) $\int e^x dx = e^{-x} + C.$ (B) $\int e^x dx = -e^x + C.$
 (C) $\int e^x dx = e^x + C.$ (D) $\int e^x dx = -e^{-x} + C.$

Câu 5.6. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$.

- (A) $F(x) = -\frac{1}{x^2} + C.$ (B) $F(x) = \ln |x| + C.$ (C) $F(x) = \ln x + C.$ (D) $F(x) = \ln |x|.$

Câu 5.7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 2$ là

- (A) $4x^2 + 2x + C.$ (B) $\frac{1}{4}x^4 + 2x + C.$ (C) $x^4 + 2x + C.$ (D) $3x^4 + 2x + C.$

Câu 5.8. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- (A) $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$ (B) $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$
 (C) $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$ (D) $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C.$

Câu 5.9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

- (A) $5^{x+1} + C.$ (B) $5^{\ln 5} + C.$ (C) $\frac{5^{x+1}}{x+1} + C.$ (D) $\frac{5^x}{\ln 5} + C.$

Câu 5.10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} - 1$ là

- (A) $e^x + x + C.$ (B) $-e^{-x} - x + C.$ (C) $-e^x - x + C.$ (D) $e^{-x} - x + C.$

Câu 5.11. Hàm số $f(x) = e^{3x}$ có nguyên hàm là hàm số nào sau đây?

- (A) $y = 3e^{3x} + C.$ (B) $y = (3e)^x + C.$ (C) $y = e^{3x} + C.$ (D) $y = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$

Câu 5.12. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- (A) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$ (B) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln |x| + C, C \in \mathbb{R}.$
 (C) $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$ (D) $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}.$

Câu 5.13. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - 6x^2$ là

- (A) $\ln |x| - 2x^3 + C.$ (B) $-\ln |x| - 2x^3 + C.$
 (C) $-\frac{1}{x^2} - 12x + C.$ (D) $\ln |x| - 6x^3 + C.$

Câu 5.14. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

- (A) $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C.$ (B) $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

$\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$
 $\frac{x^2}{2} + \sin x + C.$

Câu 5.15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\sqrt{5}}$.

$\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{5}-1} x^{\sqrt{5}-1} + C.$
 $\int f(x) dx = x^{\sqrt{5}+1} + C.$
 $\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{5}+1} x^{\sqrt{5}+1} + C.$
 $\int f(x) dx = \sqrt{5} x^{\sqrt{5}-1} + C.$

Câu 5.16. $\int x^\pi dx$ bằng

$x^\pi + C.$
 $\pi x^{\pi-1} + C.$
 $\frac{x^\pi}{\ln \pi} + C.$
 $\frac{x^{\pi+1}}{\pi+1} + C.$

Câu 5.17. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)^3$.

$3(x-1) + C.$
 $\frac{1}{4}(x-1)^4 + C.$
 $4(x-1)^4 + C.$
 $\frac{1}{4}(x-1)^3 + C.$

Câu 5.18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$ là

$4^x \cdot \ln 4 + C.$
 $\frac{1}{4^x \cdot \ln 4} + C.$
 $4^x + C.$
 $\frac{4^x}{\ln 4} + C.$

Câu 5.19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C.$
 $\int 3x^2 dx = x^3 + C.$
 $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln|x|}{2} + C.$
 $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C.$

Câu 5.20. Cho $y = f(x)$, $y = g(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
 $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.
 $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$.

Câu 5.21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

$e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$
 $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^x + C.$
 $e^x + x^2 + C.$
 $e^x + 1 + C.$

Câu 5.22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

$\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C.$
 $2^x + x^2 + C.$
 $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C.$
 $2^x + \frac{x^2}{2} + C.$

Câu 5.23. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

$\int f(x) dx = 2x^2 + x + C.$
 $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + x + C.$
 $\int f(x) dx = x^2 + x + C.$
 $\int f(x) dx = 2x + C.$

Câu 5.24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ là

$\frac{1}{3} \ln(3x-1) + C.$
 $\ln(1-3x) + C.$
 $\frac{1}{3} \ln(1-3x) + C.$
 $\ln(3x-1) + C.$

Câu 5.25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

(A) $x^3 + C$.

(B) $\frac{x^3}{3} + x + C$.

(C) $6x + C$.

(D) $x^3 + x + C$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

5.1. C	5.2. D	5.3. A	5.4. D	5.5. C	5.6. B	5.7. C	5.8. A
5.9. D	5.10. B	5.11. D	5.12. B	5.13. A	5.14. C	5.15. C	5.16. D
5.17. B	5.18. D	5.19. D	5.20. C	5.21. A	5.22. A	5.23. C	5.24. C
5.25. D							

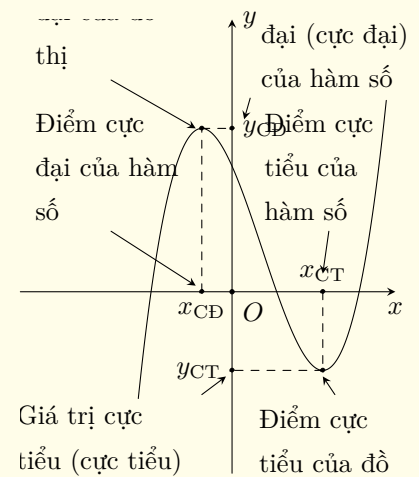
DẠNG 6. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Giả sử hàm f xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Ta nói

1. x_0 là **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f .
2. x_0 là **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f .
3. Điểm cực đại và cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị của hàm số** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập hợp K .
4. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu gọi chung là **giá trị cực trị (hay cực trị)** của hàm số.
5. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số thì điểm $(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị** hàm số f .
6. Một số điểm cần lưu ý
 - Hàm số f có cực trị khi và chỉ khi y' đổi dấu.
 - Hàm số f không có cực trị khi và chỉ khi y' không đổi dấu.
 - Hàm số f chỉ có 1 cực trị khi và chỉ khi y' đổi dấu 1 lần.
 - Hàm số f có 2 cực trị (cực đại và cực tiểu) khi và chỉ khi y' đổi dấu 2 lần.
 - Hàm số f có 3 cực trị khi và chỉ khi y' đổi dấu 3 lần.
 - Đối với một hàm số bất kỳ, hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại những điểm mà tại đó đạo hàm triệt tiêu hoặc đạo hàm không xác định.

- Cách gọi tên: cực trị, điểm cực trị của hàm số, điểm cực trị của đồ thị hàm số,...



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 6 (Đề tham khảo BGD - 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu qua các giá trị $x = -2, x = 0, x = 1, x = 4$. Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 6.1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 6.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$

- (A) -2. (B) 2. (C) -4. (D) 4.

Câu 6.3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 (B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

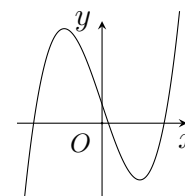
Câu 6.4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng?

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

- (A) 0. (B) 3. (C) 4. (D) -2.

Câu 6.5.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 6.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

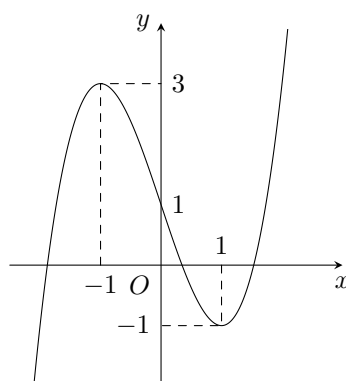
Câu 6.7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-7	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$	$+\infty$	6	$+\infty$

Tổng các điểm cực trị của hàm số đã cho bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) -4. (D) -6.

Câu 6.8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) -1. (D) 3.

Câu 6.9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) -1. (B) 2. (C) 3. (D) -2.

Câu 6.10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 3. (B) -5. (C) -2. (D) 0.

Câu 6.11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đạt cực tiểu tại

- (A) $x = -1$. (B) $x = 0$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

Câu 6.12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

- (A) $y_{CD} = 3, y_{CT} = 0$. (B) $y_{CD} = -2, y_{CT} = 2$.
 (C) $y_{CD} = 2, y_{CT} = 0$. (D) $y_{CD} = 3, y_{CT} = -2$.

Câu 6.13. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)(x + 2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 1.

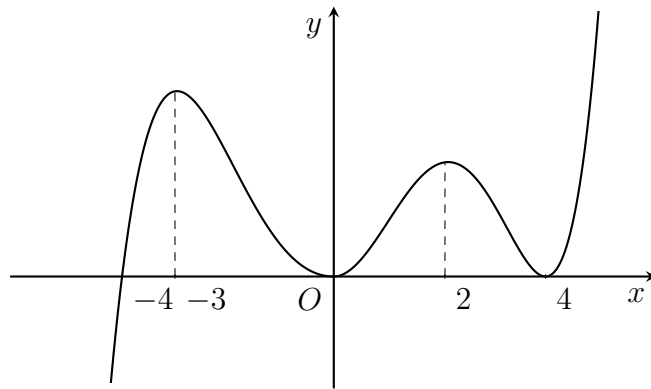
Câu 6.14. Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x) = -2(x - 1)^2(x + 1)$. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng về hàm số $f(x)$.

- (A) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$. (B) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
 (C) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$. (D) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 6.15. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (e^x - 1)(x^2 - x - 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

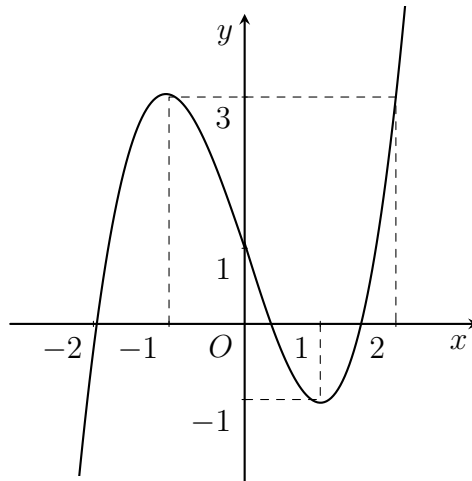
- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 6.16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ. Khi đó trên K , hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



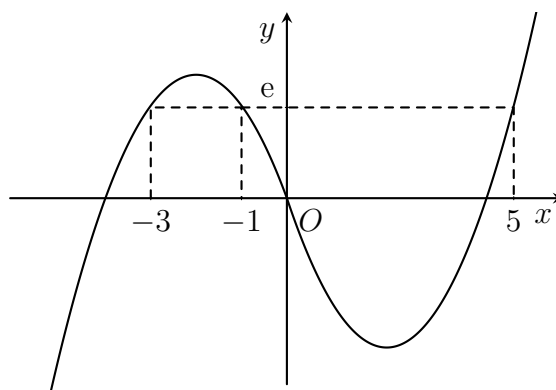
- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 6.17. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x) - 3x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



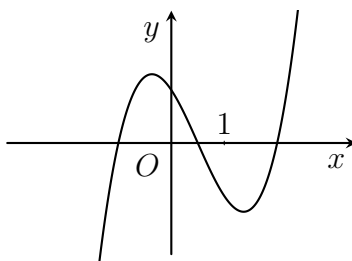
- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 6.18. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x) - ex + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 6.19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

6.1. A	6.2. D	6.3. B	6.4. C	6.5. A	6.6. D	6.7. C	6.8. C
6.9. C	6.10. C	6.11. B	6.12. A	6.13. A	6.14. A	6.15. A	6.16. A
6.17. A	6.18. A	6.19. A					

DẠNG 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình mũ và lôgarit

- Dạng $a^x \geq b$, ($a^x \leq b$; $a^x > b$; $a^x < b$)
- Đặt điều kiện ($a > 0, a \neq 1$).
- Cần chú ý đến cơ số:
 - Cơ số $a \in (0; 1)$ thì bất phương trình đổi chiều.
 - Cơ số $a > 1$ thì bất phương trình không đổi chiều.
- Giao tập nghiệm với điều kiện và chọn đáp án.

2. Bất phương trình mũ và lôgarit giải bằng phương pháp đặt ẩn phụ

- $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot a^{f(x)} + \gamma > 0$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} > 0$.
- $\alpha \cdot (\log_a x)^2 + \beta \cdot (\log_a x) + \gamma > 0$. Phương pháp: Đặt $t = \log_a x$.
- $a^{f(x)} + a^{-f(x)} > b \Leftrightarrow a^{f(x)} + \frac{1}{a^{f(x)}} > b$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} > 0$.
- $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot (ab)^{f(x)} + \gamma \cdot b^{2f(x)} > 0$. Phương pháp: Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} > 0$.
- $a^{f(x)} + b^{f(x)} > c$ với $a \cdot b = 1$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \frac{1}{t}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 7 (Đề tham khảo BGD - 2022). Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

- (A) $(\log_2 6; +\infty)$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; \log_2 6)$.

Lời giải.

Ta có $2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_2 6; +\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 7.1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- (A) $(-\infty; \log_3 2)$. (B) $(\log_3 2; +\infty)$. (C) $(-\infty; \log_2 3)$. (D) $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 7.2. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

- (A) $(-\infty; \log_2 5)$. (B) $(\log_2 5; +\infty)$. (C) $(-\infty; \log_5 2)$. (D) $(\log_5 2; +\infty)$.

Câu 7.3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- (A) $(\log_3 2; +\infty)$. (B) $(-\infty; \log_2 3)$. (C) $(-\infty; \log_3 2)$. (D) $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 7.4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

- (A) $(-\infty; \log_2 5)$. (B) $(\log_5 2; +\infty)$. (C) $(-\infty; \log_5 2)$. (D) $(\log_2 5; +\infty)$.

Câu 7.5. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$.

- (A) $(-\infty; -1]$. (B) $[1; +\infty)$. (C) $(-\infty; -1)$. (D) $(-1; +\infty)$.

Câu 7.6. Bất phương trình $3^x < 9$ có nghiệm là

- (A) $x < 2$. (B) $x < 3$. (C) $0 < x < 2$. (D) $0 < x < 3$.

Câu 7.7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(-2; +\infty)$.

Câu 7.8. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2-2x-1} \leq 3$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 7.9. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} < 25$.

- (A) $S = (-1; +\infty)$. (B) $S = (3; +\infty)$. (C) $S = (-\infty; -1)$. (D) $S = (-\infty; 3)$.

Câu 7.10. Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là

- (A) $T = (0; 2)$. (B) $T = (-\infty; 2)$. (C) $T = (2; +\infty)$. (D) $T = \emptyset$.

Câu 7.11. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- (A) $(-\infty; -1)$. (B) $(3; +\infty)$.
(C) $(-1; 3)$. (D) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 7.12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

- (A) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. (B) $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. (C) $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right]$. (D) $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Câu 7.13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+6}$ là

- (A) $(0; 6)$. (B) $(-\infty; 6)$. (C) $(0; 64)$. (D) $(6; +\infty)$.

Câu 7.14. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 3^{x+2}$.

- (A) $\left(-\infty; \log_{\frac{3}{2}} \frac{9}{2}\right)$. (B) $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right)$. (C) $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}\right]$. (D) $\left(\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Câu 7.15. Bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ có tập nghiệm là

- (A) $(-2; 1)$. (B) $(-1; 3)$. (C) $[-2; 1]$. (D) $[-1; 3]$.

Câu 7.16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x} \leq 3^{x+2}$ là

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) $[1; +\infty)$. (C) $(-\infty; 1]$. (D) $(0; 1]$.

Câu 7.17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

- (A) $(0; 4)$. (B) $(-\infty; 4)$. (C) $(0; 16)$. (D) $(4; +\infty)$.

Câu 7.18. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- (A) $x > -\frac{2}{3}$. (B) $x < \frac{2}{3}$. (C) $x > \frac{2}{3}$. (D) $x > \frac{3}{2}$.

Câu 7.19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là.

- (A) $S = (-\infty; -3)$. (B) $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. (C) $S = (-3; +\infty)$. (D) $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 7.20. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- (A) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (B) $(3; +\infty)$. (C) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 7.21. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

- (A) $(-3; 1)$. (B) $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. (C) $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. (D) $(0; +\infty)$.

Câu 7.22. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -3)$. (C) $(-3; 2)$. (D) $(-2; 3)$.

Câu 7.23. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $e^{2x} < e^{x+6}$ là

- (A) $(0; 6)$. (B) $(-\infty; 6)$. (C) $(0; 64)$. (D) $(6; +\infty)$.

Câu 7.24. Tập nghiệm của bất phương trình $\pi^{3x} \geq \pi^{x-4}$ là

- (A) $(-2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2]$. (C) $[2; +\infty)$. (D) $[-2; +\infty)$.

Câu 7.25. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} < 2^{6-x}$ là

- (A) $(-3; 2)$. (B) $(-2; 3)$. (C) $(2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -3)$.

Câu 7.26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 1) \leq 1$ là

- (A) $(1; 4]$. (B) $(-\infty; 4)$. (C) $(-\infty; 4]$. (D) $(0; 4]$.

Câu 7.27. Giải bất phương trình $\log_3(2x - 3) > 2$.

- (A) $3 < x < 6$. (B) $\frac{3}{2} < x < 6$. (C) $x > \frac{3}{2}$. (D) $x > 6$.

Câu 7.28. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 2) \geq 2$.

- (A) $(-\infty; 11)$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $[11; +\infty)$. (D) $(11; +\infty)$.

Câu 7.29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x + 1) < 0$ là

- (A) $(-1; 0)$. (B) $(-\infty; 9)$. (C) $(-1; 9)$. (D) $(-\infty; -1)$.

Câu 7.30. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq 2$ là

- (A) $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$. (B) $3 < x \leq \frac{13}{4}$. (C) $x \leq \frac{13}{4}$. (D) $x \geq \frac{13}{4}$.

Câu 7.31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x - 1) < \log_2(x + 5)$ là
 (A) $\left(\frac{1}{2}; 6\right)$. (B) $(-\infty; 6)$. (C) $\left(-5; \frac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 7.32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log 2x < \log(x + 6)$ là
 (A) $(6; +\infty)$. (B) $(0; 6)$. (C) $[0; 6)$. (D) $(-\infty; 6)$.

Câu 7.33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x + 1) < 2$ là
 (A) $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. (B) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. (C) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. (D) $(-\infty; 1)$.

Câu 7.34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 - x) < 2$ là
 (A) $(-\infty; 1)$. (B) $(-1; 3)$. (C) $(1; 3)$. (D) $(3; +\infty)$.

Câu 7.35. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là
 (A) 5. (B) 6. (C) 3. (D) 4.

Câu 7.36. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là
 (A) $(4; +\infty)$. (B) $(-4; 4)$. (C) $(-\infty; 4)$. (D) $(0; 4)$.

Câu 7.37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là
 (A) $(-5; 5)$. (B) $(-\infty; 5)$. (C) $(5; +\infty)$. (D) $(0; 5)$.

Câu 7.38. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là
 (A) $[0; 1)$. (B) $(-\infty; 5)$. (C) $(5; +\infty)$. (D) $(1; +\infty)$.

Câu 7.39. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4}$ là
 (A) $S = (-2; +\infty)$. (B) $S = (2; +\infty)$.
 (C) $S = (-2; 2)$. (D) $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 7.40. Hỏi bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
 (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

Câu 7.41. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là
 (A) $[-2; 4]$. (B) $[-4; 2]$.
 (C) $(-\infty; 2) \cup [4; +\infty)$. (D) $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Câu 7.42. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là
 (A) $(-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$. (B) $(-\infty; 3]$.
 (C) $[-3; 3]$. (D) $(0; 3]$.

Câu 7.43. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$ là
 (A) $(-\infty; 2]$. (B) $[-2; 2]$.
 (C) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. (D) $(0; 2]$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

7.1. A	7.2. A	7.3. D	7.4. D	7.5. A	7.6. A	7.7. A	7.8. B
7.9. A	7.10. C	7.11. C	7.12. D	7.13. B	7.14. B	7.15. D	7.16. C
7.17. B	7.18. C	7.19. C	7.20. D	7.21. B	7.22. C	7.23. B	7.24. D
7.25. A	7.26. A	7.27. D	7.28. C	7.29. A	7.30. B	7.31. A	7.32. B
7.33. C	7.34. B	7.35. D	7.36. B	7.37. A	7.38. A	7.39. C	7.40. D
7.41. A	7.42. C	7.43. B					

DẠNG 8. THỂ TÍCH CỦA KHỐI CHÓP CƠ BẢN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Thể tích khối chóp:

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

2. Thể tích khối lăng trụ:

$$V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot \text{chiều cao}$$

- Thể tích khối lập phương

$$V_{\text{lập phương}} = a^3, (a - \text{cạnh hình lập phương})$$

- Thể tích khối hộp chữ nhật

$$V_{\text{hộp chữ nhật}} = \text{chiều dài} \cdot \text{chiều rộng} \cdot \text{chiều cao}$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 8 (ĐỀ THAM KHẢO BGD - 2022). Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 42.

(B) 126.

(C) 14.

(D) 56.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 7 = 14$.

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 8.1. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2\text{cm}, OB = 3\text{cm}, OC = 6\text{cm}$. Thể tích khối tứ diện $O.ABC$ bằng

(A) 6cm^3 .

(B) 36cm^3 .

(C) 12cm^3 .

(D) 18cm^3 .

Câu 8.2. Khẳng định nào sau đây là sai?

(A) Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

(B) Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

(C) Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

(D) Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = 3Bh$.

Câu 8.3. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- (A) 6. (B) 3. (C) 8. (D) 12.

Câu 8.4. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- (A) 10. (B) 30. (C) 90. (D) 15.

Câu 8.5. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a^3}{3}$. (D) a^3 .

Câu 8.6. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $5a$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $4a^3$. (B) $\frac{50}{3}a^3$. (C) $2a^3$. (D) $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 8.7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- (A) $2a^3$. (B) $4a^3$. (C) $6a^3$. (D) $12a^3$.

Câu 8.8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

- (A) $V = abc$. (B) $V = \frac{abc}{3}$. (C) $V = \frac{abc}{6}$. (D) $V = \frac{abc}{2}$.

Câu 8.9. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3}{12}$. (B) $V = a^2\sqrt{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (D) $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 8.10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là a và $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- (A) $V = \sqrt{2}a^3$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (C) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 8.11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và chiều cao là $SH = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- (A) $24a^3$. (B) $8a^3$. (C) $6\sqrt{3}a^3$. (D) $12\sqrt{3}a^3$.

Câu 8.12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ là

- (A) $\frac{a^3}{3}$. (B) $\frac{a^3}{8}$. (C) $\frac{a^3}{6}$. (D) $\frac{a^3}{4}$.

Câu 8.13. Cho khối chóp $S.ABC$ có ba cạnh SA, SB, SC có cùng độ dài bằng a và vuông góc với nhau từng đôi một. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{a^3}{2}$.
 (B) $\frac{a^3}{3}$.
 (C) $\frac{a^3}{6}$.
 (D) a^3 .

Câu 8.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$ và $AD = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

(A) $4\sqrt{2}a^3$.
 (B) $12\sqrt{2}a^3$.
 (C) $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.
 (D) $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 8.15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

(A) $\frac{a^3}{4}$.
 (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 (C) $\frac{3a^3}{4}$.
 (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8.16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $V = a^3$.
 (B) $V = 3a^3$.
 (C) $V = \frac{1}{3}a^3$.
 (D) $V = 2a^3$.

Câu 8.17. Cho hình chóp $S.ABC$ có diện tích đáy là $a^2\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

(A) $a^3\sqrt{3}$.
 (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
 (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8.18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

(A) $\frac{a}{4}$.
 (B) $\frac{a^3}{2}$.
 (C) $\frac{a^3}{4}$.
 (D) $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 8.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

(A) $a^3\sqrt{3}$.
 (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
 (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
 (D) $\frac{a^3}{4}$.

Câu 8.20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{3a^3}{4}$.
 (B) $\frac{a^3}{2}$.
 (C) $\frac{3a^3}{8}$.
 (D) $\frac{a^3}{4}$.

Câu 8.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

(A) $\frac{3a^3}{2}$.
 (B) $\frac{a^3}{3}$.
 (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
 (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8.22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hai mặt bên (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.
 (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.
 (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
 (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8.23. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh là 3 bằng

(A) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.
 (B) $2\sqrt{2}$.
 (C) $\sqrt{2}$.
 (D) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 8.24. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Câu 8.25. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{35}}{24}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8.26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , mặt phẳng SAB vuông góc với mặt phẳng ABC và tam giác SAB vuông cân tại S . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8.27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- (A) $9a^3\sqrt{3}$. (B) $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. (C) $9a^3$. (D) $\frac{9a^3}{2}$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

8.1. A	8.2. D	8.3. C	8.4. A	8.5. D	8.6. B	8.7. B	8.8. C
8.9. C	8.10. D	8.11. B	8.12. A	8.13. C	8.14. A	8.15. B	8.16. A
8.17. B	8.18. C	8.19. C	8.20. D	8.21. B	8.22. B	8.23. D	8.24. D
8.25. C	8.26. B	8.27. D					

DẠNG 9. TẬP XÁC ĐỊNH HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ LÔGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$

- Đạo hàm $y' = \alpha x^{\alpha-1} \rightarrow (y = u^\alpha \rightarrow y' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u')$

- Tập xác định: $y = x^\alpha \rightarrow \begin{cases} \alpha \in \mathbb{N}^* \rightarrow D = \mathbb{R} \\ \alpha \in \mathbb{Z}_- \rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ \alpha \in \mathbb{Z} \rightarrow D = (0; +\infty) \end{cases} \rightarrow y = u^\alpha \rightarrow \begin{cases} \alpha \in \mathbb{N}^* \rightarrow \forall u \\ \alpha \in \mathbb{Z}_- \rightarrow u \neq 0 \\ \alpha \in \mathbb{Z} \rightarrow u > 0 \end{cases}$

2. Hàm số lôgarit Hàm số mũ: $y = \log_a x$

- Đạo hàm $y' = \frac{1}{x \ln a} \rightarrow (y = \log_a u \rightarrow y' = \frac{u'}{u \ln a})$

- Tập xác định: $y = \log_a x \rightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases} \rightarrow (y = \log_a u \rightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ u > 0 \end{cases})$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 9 (ĐỀ tham khảo BGD - 2022). Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- (A) \mathbb{R} . (B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Vậy $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 9.1. Tập xác định của hàm số $y = (3 - x)^{\frac{2}{3}}$ là

- (A) $(-\infty; 3)$. (B) $(-\infty; -3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; +\infty)$.

Câu 9.2. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$ là

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) \mathbb{R} . (C) $(1; +\infty)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9.3. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-3}$ là

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) \mathbb{R} . (C) $(1; +\infty)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9.4. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^4$ là

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) \mathbb{R} . (C) $(1; +\infty)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 9.5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$ là

- Ⓐ $(-\infty; \frac{1}{2})$. Ⓑ $(\frac{1}{2}; +\infty)$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Câu 9.6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

- Ⓐ $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. Ⓑ $[-1; 3]$.
 Ⓒ $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. Ⓓ $(-1; 3)$.

Câu 9.7. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^3 - 8)^2$ là

- Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ⓑ $(2; +\infty)$.
 Ⓒ $(-\infty; 2)$. Ⓓ $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 9.8. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$.

- Ⓐ $\mathcal{D} = (-\infty; -\frac{1}{2})$. Ⓑ $\mathcal{D} = (\frac{1}{2}; +\infty)$. Ⓒ $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. Ⓓ $\mathcal{D} = (-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Câu 9.9. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \log_3(x^2 + 3x + 2)$.

- Ⓐ $\mathcal{D} = [-2, -1]$. Ⓑ $\mathcal{D} = (-\infty, -2) \cup (-1, +\infty)$.
 Ⓒ $\mathcal{D} = (-2, -1)$. Ⓓ $\mathcal{D} = (-\infty, -2] \cup [-1, +\infty)$.

Câu 9.10. Hàm số $y = \log_2(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là

- Ⓐ $(2; 3)$. Ⓑ $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.
 Ⓒ $(-\infty; 2)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

Câu 9.11. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- Ⓐ Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$.
 Ⓑ Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .
 Ⓒ Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập \mathbb{R} .
 Ⓓ Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .

Ⓓ BẢNG ĐÁP ÁN

9.1. A	9.2. C	9.3. D	9.4. B	9.5. D	9.6. C	9.7. A	9.8. D
9.9. B	9.10. A	9.11. B					

DẠNG 10. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa phương trình lôgarit cơ bản

• $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b \ (a > 0, a \neq 1).$

2. Đưa về cùng cơ số

• $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases} \ (a > 0, a \neq 1).$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 10 (Đề tham khảo BGD - 2022). Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 4) = 3$ là

- (A) $x = 5.$ (B) $x = 4.$ (C) $x = 2.$ (D) $x = 12.$

Lời giải.

Ta có $\log_2(x + 4) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 > 0 \\ x + 4 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$

Vậy $x = 4$ là nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án (B) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 10.1. Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 5) = 4$ là

- (A) $x = 3.$ (B) $x = 13.$ (C) $x = 21.$ (D) $x = 11.$

Câu 10.2. Nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2$ là

- (A) $\begin{cases} x = 10 \\ x = 0 \end{cases}.$ (B) $\begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}.$ (C) $\begin{cases} x = -2 \\ x = 9 \end{cases}.$ (D) $\begin{cases} x = 10 \\ x = 9 \end{cases}.$

Câu 10.3. Nghiệm của phương trình $\ln(4 - x) = 100$ là

- (A) $x = e^{100} - 4.$ (B) $x = 4 - 10^{100}.$ (C) $x = 4 - e^{100}.$ (D) $x = 10^{100} - 4.$

Câu 10.4. Nghiệm của phương trình $\log(x - 1) = 2$ là

- (A) $x = 101.$ (B) $x = e^2 + 1.$ (C) $x = e^2 - 1.$ (D) $x = \pi^2 + 1.$

Câu 10.5. Nghiệm của phương trình $\log 10^{100x} = 250$ thuộc khoảng

- (A) $(0; 2).$ (B) $(2; +\infty).$ (C) $(-\infty; -2).$ (D) $(-2; 0).$

Câu 10.6. Nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$ là

- (A) $x = 8.$ (B) $x = 6.$ (C) $x = 9.$ (D) $x = 2.$

Câu 10.7. Nghiệm của phương trình $\log_2(3^{3x-1} - 1) = 3$ là

- A $x = 2$.
 B $x = 1$.
 C $x = 3$.
 D $x = 8$.

Câu 10.8. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) = 1$ là

- A $x = 4$.
 B $x = 3$.
 C $x = -2$.
 D $x = 1$.

Câu 10.9. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$ là

- A $S = \{-3; 3\}$.
 B $S = \{4\}$.
 C $S = \{3\}$.
 D $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Câu 10.10. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2(x - 3) + 2\log_4 3 \cdot \log_3 x = 2$ là

- A $\{5\}$.
 B $\{4; 5\}$.
 C $\{4\}$.
 D $S = \{2; 4\}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

10.1. C	10.2. A	10.3. C	10.4. A	10.5. B	10.6. A	10.7. B	10.8. A
10.9. C	10.10. C						

DẠNG 11. TÍCH PHÂN SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

2. Tính chất cơ bản

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, c \in [a, b]$$

$$\bullet \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 11 (Đề tham khảo BGD - 2022). Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- (A) 5. (B) -5. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_2^5 g(x) dx = 3 + (-2) = 1.$

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 11.1. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2021$ và $\int_4^3 f(x) dx = 2022$, khi đó $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- (A) 4043. (B) 1. (C) -1. (D) 0.

Câu 11.2. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- (A) 2. (B) 6. (C) 8. (D) 4.

Câu 11.3. Nếu $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_9^0 g(x) dx = 16$ thì $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- (A) 26. (B) 58. (C) 143. (D) 122.

Câu 11.4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có một nguyên hàm là $F(x)$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- (A) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. (B) $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.
 (C) $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$. (D) $\int_a^b f(x) dx = F(b)F(a)$.

Câu 11.5. Cho các hằng số a, b, k ($k \neq 0$) và hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- (A) $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. (B) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
 (C) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$. (D) $\int_a^b f(x) dx \neq \int_a^b f(t) dt$.

Câu 11.6. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $c \in [a; b]$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- (A) $\int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$. (B) $\int_a^b f(x) dx + \int_a^c f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$.
 (C) $\int_a^b f(x) dx - \int_a^c f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$. (D) $\int_a^b f(x) dx + \int_c^a f(x) dx = \int_c^b f(x) dx$.

Câu 11.7. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, là các hàm liên tục trên $[a; b]$ với $a < b$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- (A) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. (B) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_b^a f(x) dx + \int_b^a g(x) dx$.
 (C) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. (D) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_b^a f(x) dx - \int_b^a g(x) dx$.

Câu 11.8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ($a < b$). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$. (B) $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.
 (C) $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx$. (D) $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = -2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 11.9. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- (A) 4. (B) -8. (C) 8. (D) -4.

Câu 11.10. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- (A) 6. (B) -6. (C) -2. (D) 2.

Câu 11.11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- (A) $I = 36$. (B) $I = 4$. (C) $I = 12$. (D) $I = 8$.

Câu 11.12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x) dx = 3$ và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

- (A) $F(9) = -6$. (B) $F(9) = 6$. (C) $F(9) = 12$. (D) $F(9) = -12$.

Câu 11.13. Cho $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$, khi đó $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

- (A) 3. (B) 2. (C) 9. (D) 18.

Câu 11.14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- (A) $I = 5$. (B) $I = -3$. (C) $I = 3$. (D) $I = 4$.

Câu 11.15. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tích phân $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- (A) 4. (B) 8. (C) 10. (D) 6.

Câu 11.16. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$, khi đó $I = -\int_5^2 4f(x) dx$ bằng

- (A) 12. (B) 40. (C) -40. (D) -12.

Câu 11.17. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^7 f(t) dt = 9$. Giá trị của $\int_2^7 f(z) dz$ là

- (A) 7. (B) 3. (C) 11. (D) 5.

Câu 11.18. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- (A) -2. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 11.19. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- (A) 7. (B) 12. (C) -1. (D) 2.

Câu 11.20. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$.

$$\text{Tính } I = \int_2^7 f(x) dx.$$

- (A) $I = -6$. (B) $I = 12$. (C) $I = 3$. (D) $I = 6$.

Câu 11.21. Cho tích phân $\int_{-1}^0 f(x) dx = -1$ và $\int_0^4 f(x) dx = 3$. Khi đó $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

- (A) $I = -4$. (B) $I = 2$. (C) $I = 4$. (D) $I = -2$.

Câu 11.22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và $\int_0^2 f(x) dx = 1$, $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Tính

$$I = \int_0^3 f(x) dx.$$

- (A) $I = 5$. (B) $I = -3$. (C) $I = 3$. (D) $P = 4$.

Câu 11.23. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_9^0 g(x) dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- (A) $I = 122$. (B) $I = 26$. (C) $I = 143$. (D) $I = 58$.

Câu 11.24. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- (A) -3 . (B) 12 . (C) -8 . (D) 1 .

Câu 11.25. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$, khi đó $\int_2^7 f(x) dx$ bằng

- (A) 12 . (B) -6 . (C) 3 . (D) 6 .

Câu 11.26. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

- (A) $I = 5$. (B) $I = -3$. (C) $I = 3$. (D) $I = -5$.

Câu 11.27. Cho biết $\int_1^2 f(x) dx = 12$ và $\int_2^5 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- (A) 16 . (B) 8 . (C) 10 . (D) 14 .

Câu 11.28. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$ thì $\int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- (A) 18 . (B) 5 . (C) 11 . (D) 3 .

Câu 11.29. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$, đồng thời $f(2) = 2$, $f(3) = 5$. Khi đó giá trị của tích phân $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- (A) -3 . (B) 7 . (C) 10 . (D) 3 .

Câu 11.30. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, $f(-1) = 3$ và $\int_2^3 f'(x) dx = 10$.

Giá trị của $f(3)$ bằng

- (A) -13 . (B) -7 . (C) 13 . (D) 7 .

Câu 11.31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Khi đó $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- (A) 8. (B) 12. (C) 36. (D) 4.

Câu 11.32. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- (A) $\frac{7}{2}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) 1. (D) 2.

Câu 11.33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, nếu $\int_a^d f(t) dt = 5$ và $\int_b^d f(u) du = 2$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng

- (A) 3. (B) 7. (C) 5. (D) 10.

Câu 11.34. Nếu $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dt = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$ thì $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- (A) 8. (B) 9. (C) 6. (D) 7.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

11.1. C	11.2. B	11.3. A	11.4. A	11.5. D	11.6. D	11.7. A	11.8. B
11.9. D	11.10. C	11.11. D	11.12. C	11.13. C	11.14. A	11.15. D	11.16. B
11.17. A	11.18. B	11.19. A	11.20. B	11.21. B	11.22. A	11.23. B	11.24. C
11.25. A	11.26. D	11.27. D	11.28. C	11.29. D	11.30. C	11.31. A	11.32. A
11.33. A	11.34. C						

DẠNG 12. PHÉP TOÁN TRÊN SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi a là phần thực và b là phần ảo của số phức z .

2. Số phức liên hợp

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

3. Biểu diễn số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức z .

4. Mô-đun số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Mô-đun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Hai số phức bằng nhau

- Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.
- Số phức là thuần ảo \Rightarrow phần thực bằng 0 và số thực \Rightarrow phần ảo bằng 0.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 12 (ĐỀ tham khảo BGD - 2022). Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng

- (A) $6 - 2i$. (B) $6 - 4i$. (C) $3 - 4i$. (D) $-6 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $2z = 2(3 - 2i) = 6 - 4i$.

Chọn đáp án (B) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 12.1. Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

- (A) $2 + 3i$. (B) $4 + i$. (C) $-2 - 3i$. (D) $5 - i$.

Câu 12.2. Cho hai số phức $z = 2 + 3i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

- (A) $1 + 4i$. (B) $-1 - 4i$. (C) $3 + 2i$. (D) $5 + i$.

Câu 12.3. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ là

- (A) $7 + i$. (B) $-2 - 5i$. (C) $4 + 3i$. (D) $2 + 5i$.

Câu 12.4. Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- (A) $4 + 2i$. (B) $4 - 2i$. (C) $-2 - 6i$. (D) $2 + 6i$.

Câu 12.5. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- (A) $6 + 2i$. (B) $4 + 6i$. (C) $6 - 2i$. (D) $-4 - 6i$.

Câu 12.6. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- (A) $1 + 6i$. (B) $7 - 2i$. (C) $7 + 2i$. (D) $-1 - 6i$.

Câu 12.7. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- (A) $-1 + 3i$. (B) $-1 - 3i$. (C) $1 + 3i$. (D) $1 - 3i$.

Câu 12.8. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- (A) $-2 - 4i$. (B) $2 - 4i$. (C) $-2 + 4i$. (D) $2 + 4i$.

Câu 12.9. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- (A) $3 + 3i$. (B) $-3 - 3i$. (C) $-3 + 3i$. (D) $3 - 3i$.

Câu 12.10. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- (A) $3 + i$. (B) $-3 - i$. (C) $3 - i$. (D) $-3 + i$.

Câu 12.11. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- (A) $5 + i$. (B) $-5 + i$. (C) $5 - i$. (D) $-5 - i$.

Câu 12.12. Cho các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của a và b là

- (A) $a = 0, b = 2$. (B) $a = \frac{1}{2}, b = 1$. (C) $a = 0, b = 1$. (D) $a = 1, b = 2$.

Câu 12.13. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của x và y là

- (A) $x = -\sqrt{2}, y = 2$. (B) $x = \sqrt{2}, y = 2$. (C) $x = 0, y = 2$. (D) $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Câu 12.14. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- (A) $2 - 6i$. (B) $4 + 2i$. (C) $4 - 2i$. (D) $-2 + 6i$.

Câu 12.15. Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1 - i)\bar{z}$ bằng

- (A) $-1 - 5i$. (B) $5 - i$. (C) $1 - 5i$. (D) $-5 + i$.

Câu 12.16. Cho số phức $z = -2 + 3i$, số phức $(1 + i) \cdot \bar{z}$ bằng

- (A) $-5 - i$. (B) $-1 + 5i$. (C) $1 - 5i$. (D) $5 - i$.

Câu 12.17. Cho số phức $z = 2 - i$, số phức $(2 - 3i)\bar{z}$ bằng

- (A) $-1 + 8i$. (B) $-7 + 4i$. (C) $7 - 4i$. (D) $1 + 8i$.

Câu 12.18. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- (A) $w = 7 - 3i$. (B) $w = -3 - 3i$. (C) $w = 3 + 7i$. (D) $w = -7 - 7i$.

Câu 12.19. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 4 + 3i$. Số phức liên hợp của số phức z là

- (A) $\bar{z} = 3 + 4i$. (B) $\bar{z} = -3 - 4i$. (C) $\bar{z} = 3 - 4i$. (D) $\bar{z} = -3 + 4i$.

Câu 12.20. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là

- (A) $\bar{z} = 5 - 6i$. (B) $\bar{z} = -5 + 6i$. (C) $\bar{z} = 5 + 6i$. (D) $\bar{z} = -5 - 6i$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

12.1. A	12.2. A	12.3. D	12.4. B	12.5. C	12.6. B	12.7. D	12.8. A
12.9. C	12.10. C	12.11. C	12.12. D	12.13. C	12.14. C	12.15. D	12.16. C
12.17. C	12.18. B	12.19. A	12.20. C				

DẠNG 13. XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN CỦA MẶT PHẪNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tìm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng

- ✓ Véc-tơ pháp tuyến \vec{n} của mặt phẳng (P) là véc-tơ có giá vuông góc với mặt phẳng (P) . Nếu \vec{n} là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k \cdot \vec{n}$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (P) .
- ✓ Nếu mặt phẳng (P) có cặp véc-tơ chỉ phương là \vec{u}_1, \vec{u}_2 thì (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.
- ✓ Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$.

2. Tìm điểm thuộc của mặt phẳng

- ✓ Nếu $M(x_M; y_M; z_M) \in (P): ax + by + cz + d = 0 \Leftrightarrow ax_M + by_M + cz_M + d = 0$.

3. Viết phương trình mặt phẳng

- ✓ Để viết phương trình mặt phẳng (P) , ta cần xác định một điểm đi qua và một véc-tơ pháp tuyến

- ✓ $(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT } \vec{n}_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \Rightarrow (P): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 13 (ĐỀ tham khảo BGD - 2022). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$.
 B $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.
 C $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.
 D $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

Chọn đáp án C □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 13.1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A $\vec{n}_1 = (1; 0; -1)$.
 B $\vec{n}_2 = (3; -1; 2)$.
 C $\vec{n}_4 = (3; -1; 0)$.
 D $\vec{n}_3 = (3; 0; -1)$.

Câu 13.2. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là

- (A) $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$. (B) $\vec{n}_2 = (1; 1; 0)$. (C) $\vec{n}_3 = (0; 0; 1)$. (D) $\vec{n}_4 = (1; 0; 0)$.

Câu 13.3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$, $C(-10; 5; 3)$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 8; 2)$. (B) $\vec{n}_2 = (1; 2; 0)$. (C) $\vec{n}_3 = (1; 2; 2)$. (D) $\vec{n}_4 = (1; -2; 2)$.

Câu 13.4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x + 3y + z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. (B) $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. (C) $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$. (D) $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

Câu 13.5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 3y + z - 5 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. (B) $\vec{n}_3 = (2; 3; 1)$. (C) $\vec{n}_2 = (-2; 3; 1)$. (D) $\vec{n}_4 = (4; 6; 2)$.

Câu 13.6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x + y + z - 2 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 1; -1)$. (C) $\vec{n}_2 = (2; 2; 2)$. (D) $\vec{n}_4 = (-1; 1; -1)$.

Câu 13.7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x + 2y + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 2; 1)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$. (C) $\vec{n}_2 = (-1; 2; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$.

Câu 13.8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2y + z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (0; -2; -1)$. (B) $\vec{n}_3 = (2; 1; -1)$. (C) $\vec{n}_2 = (1; 2; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (0; 2; -1)$.

Câu 13.9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - 2z - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$. (B) $\vec{n}_3 = (1; -2; -1)$. (C) $\vec{n}_2 = (1; -2; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (1; 0; -1)$.

Câu 13.10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (2; -1; 0)$. (B) $\vec{n}_3 = (2; 0; -1)$. (C) $\vec{n}_2 = (0; 1; 0)$. (D) $\vec{n}_4 = (1; 0; 0)$.

Câu 13.11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x - y + 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (1; -1; -2)$. (B) $\vec{n}_3 = (-1; 2; 1)$. (C) $\vec{n}_2 = (2; 2; 4)$. (D) $\vec{n}_4 = (-1; 1; -2)$.

Câu 13.12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $-2y + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

- (A) $\vec{n}_1 = (-2; 0; 0)$. (B) $\vec{n}_3 = (0; 1; 0)$. (C) $\vec{n}_2 = (0; -2; 1)$. (D) $\vec{n}_4 = (0; 0; -2)$.

Câu 13.13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2y - 3z - 2 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- Ⓐ $\vec{n}_1 = (2; -3; 2)$. Ⓑ $\vec{n}_3 = (2; -3; 0)$. Ⓒ $\vec{n}_2 = (0; -2; 3)$. Ⓓ $\vec{n}_4 = (4; -6; -2)$.

Câu 13.14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- Ⓐ $\vec{n}_1 = (0; 0; 1)$. Ⓑ $\vec{n}_3 = (2; 1; 0)$. Ⓒ $\vec{n}_2 = (2; 0; 0)$. Ⓓ $\vec{n}_4 = (0; 2; 1)$.

Ⓓ BẢNG ĐÁP ÁN

13.1. D	13.2. C	13.3. C	13.4. C	13.5. A	13.6. C	13.7. B	13.8. A
13.9. A	13.10. D	13.11. D	13.12. B	13.13. C	13.14. A		

DẠNG 14. VÉC-TƠ TRONG KHÔNG GIAN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Tọa độ vec-tơ và tọa độ điểm

- $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$.
- $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z)$.

2. Tính chất

Cho hai vec-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$.

- $\vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$.
- $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$
- $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$.

3. Tích vô hướng của hai vec-tơ

Cho hai vec-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Khi đó:

- $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z'$.
- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x \cdot x' + y \cdot y' + z \cdot z'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$

4. Liên hệ tọa độ điểm và tọa độ vec-tơ

Cho điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.
- $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$.
- Nếu $I(x_I; y_I; z_I)$ là trung điểm AB thì
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

- Nếu $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm $\triangle ABC$ thì
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

5. Tích có hướng

Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó $[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$

6. Ứng dụng

- Diện tích $\triangle ABC : S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$
- Thể tích khối tứ diện $ABCD : V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$
- Hai véc-tơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.
- Ba véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 14 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- (A) $(3; 4; -3)$.
 (B) $(-1; 2; -3)$.
 (C) $(-1; 2; -1)$.
 (D) $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (-1; 2; -1)$.

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 14.1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3), B(3; 2; -4)$. Véc-tơ \vec{AB} có tọa độ là

- (A) $(1; -3; -7)$.
 (B) $(1; 3; -7)$.
 (C) $(-1; 3; -7)$.
 (D) $(-1; -3; -7)$.

Câu 14.2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- (A) $D(-2; 8; -3)$.
 (B) $D(-2; 2; 5)$.
 (C) $D(-4; 8; -5)$.
 (D) $D(-4; 8; -3)$.

Câu 14.3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 4), B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$

- (A) $G(1; 2; 1)$.
 (B) $G(2; 1; 1)$.
 (C) $G(3; 6; 3)$.
 (D) $G(6; 3; 3)$.

Câu 14.4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 3), B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- (A) $I(2; -2; -1)$. (B) $I(-2; 2; 1)$. (C) $I(1; 0; 4)$. (D) $I(2; 0; 8)$.

Câu 14.5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- (A) $M(1; -2; 0)$. (B) $M(0; -2; 3)$. (C) $M(1; 0; 0)$. (D) $M(1; 0; 3)$.

Câu 14.6. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1), B(2; 1; 2)$.

- (A) $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. (B) $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. (C) $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. (D) $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 14.7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; -1), \vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- (A) $m = 0$. (B) $m = 4$. (C) $m = 2$. (D) $m = -2$.

Câu 14.8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 4), B(-1; 1; 4), C(0; 0; 4)$. Tìm số đo góc \widehat{ABC} .

- (A) 60° . (B) 135° . (C) 120° . (D) 45° .

Câu 14.9. Trong không gian với hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4), \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $T = \vec{a} \cdot \vec{b}$

- (A) $T = -13$. (B) $T = 5$. (C) $T = -10$. (D) $T = -11$.

Câu 14.10. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

- (A) $N(3; 1; 2)$. (B) $N(-3; -1; -2)$. (C) $N(3; -1; -2)$. (D) $N(-3; 1; -2)$.

Câu 14.11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -4; -5)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- (A) $(-1; 4; 5)$. (B) $(1; 4; 5)$. (C) $(1; -4; 5)$. (D) $(1; 4; -5)$.

Câu 14.12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; -3), B(1; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A) $3\sqrt{3}$. (B) 11 . (C) $\sqrt{11}$. (D) 27 .

Câu 14.13. Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0), \vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai véc-tơ \vec{u}, \vec{v} là

- (A) 120° . (B) 45° . (C) 135° . (D) 60° .

Câu 14.14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$.
(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 14.15. Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (-1; 3; 4)$. Véc-tơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

- (A) $\vec{v} = (23; 7; 3)$. (B) $\vec{v} = (7; 23; 3)$. (C) $\vec{v} = (3; 7; 23)$. (D) $\vec{v} = (7; 3; 23)$.

Câu 14.16. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{a}, \vec{b}]$

- (A) $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 2; -1)$. (B) $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -2; 1)$.
 (C) $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -2; -1)$. (D) $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; 2; 1)$.

Câu 14.17. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (m; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; m - 1; 1)$, $\vec{c} = (1; m + 1; 1)$. Tìm m để ba véc-tơ đồng phẳng.

- (A) $m = -2$. (B) $m = \frac{3}{2}$. (C) $m = -1$. (D) $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 14.18. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $P = \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- (A) $P = \frac{1}{100}$. (B) $P = -\frac{1}{10}$. (C) $P = \frac{1}{10}$. (D) $P = -\frac{1}{100}$.

Câu 14.19. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- (A) 12. (B) 2. (C) 11. (D) 10.

Câu 14.20. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- (A) $\frac{\sqrt{11}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{7}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

14.1. B	14.2. D	14.3. A	14.4. C	14.5. B	14.6. B	14.7. D	14.8. B
14.9. C	14.10. B	14.11. D	14.12. C	14.13. C	14.14. D	14.15. C	14.16. C
14.17. D	14.18. B	14.19. C	14.20. C				

DẠNG 15. ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi a là phần thực và b là phần ảo của số phức z .

2. Số phức liên hợp

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

3. Biểu diễn số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức z .

4. Mô-đun số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Mô-đun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Hai số phức bằng nhau

- Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.
- Số phức là thuần ảo \Rightarrow phần thực bằng 0 và số thực \Rightarrow phần ảo bằng 0.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 15 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) -3.

(D) -2.

Lời giải.

Vì $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z = 2 + 3i$.

Vậy phần thực của số phức z là 2.

Chọn đáp án (A) □

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 15.1. Trong mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- (A) -2 . (B) 2 . (C) 1 . (D) -1 .

Câu 15.2. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- (A) 1 . (B) -3 . (C) -1 . (D) 3 .

Câu 15.3. Trên mặt phẳng tọa độ biết $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của z bằng

- (A) 1 . (B) 2 . (C) -2 . (D) -1 .

Câu 15.4. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

- (A) -2 . (B) -3 . (C) 3 . (D) 2 .

Câu 15.5. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- (A) 4 . (B) -3 . (C) -4 . (D) 3 .

Câu 15.6. Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- (A) 2 . (B) 3 . (C) -2 . (D) -3 .

Câu 15.7. Phần ảo của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- (A) -3 . (B) -4 . (C) 3 . (D) 4 .

Câu 15.8. Cho số phức $z = -2019 - 2020i$. Phần thực của \bar{z} là

- (A) 2019 . (B) -2019 . (C) 2020 . (D) -2020 .

Câu 15.9. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

- (A) Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 . (B) Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.
(C) Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2 . (D) Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .

Câu 15.10. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$, $z_2 = 7 + 3i$. Phần ảo của $z_1 - z_2$ bằng

- (A) 11 . (B) 6 . (C) -3 . (D) -6 .

Câu 15.11. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

- (A) -2 . (B) 2 . (C) 3 . (D) -3 .

Câu 15.12. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z = 3z_1 - 2z_2$ bằng

- (A) 12 . (B) -12 . (C) 1 . (D) -1 .

Câu 15.13. Cho số phức z , biết $z = (2 - i) + (3 + 5i)$. Phần thực của z bằng

- (A) 6 . (B) 4 . (C) 2 . (D) 5 .

Câu 15.14. Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = -1 + i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

- (A) 4. (B) $4i$. (C) -1 . (D) $-i$.

Câu 15.15. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần thực của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ bằng

- (A) 12. (B) -1 . (C) -4 . (D) 3.

Câu 15.16. Cho ba số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 2 + i, z_3 = 3 - 4i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 + 2z_2 - 3\bar{z}_3$ bằng

- (A) -13 . (B) $-13i$. (C) -4 . (D) $-5i$.

Câu 15.17. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Phần ảo của số phức $z_1(z_2 + 2i)$ bằng

- (A) 3. (B) $-3i$. (C) -3 . (D) 9.

Câu 15.18. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- (A) -2 . (B) $2i$. (C) 2. (D) $-2i$.

Câu 15.19. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + z$.

- (A) Phần ảo là 1. (B) Phần ảo là -3 . (C) Phần ảo là -2 . (D) Phần ảo là -1 .

Câu 15.20. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- (A) -2 . (B) $2i$. (C) 2. (D) $-2i$.

Câu 15.21. Cho các số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 2 + i$. Hỏi số phức $u = z \cdot \bar{w}$ có đặc điểm nào?

- (A) Phần thực là 4 và phần ảo là 3. (B) Phần thực là 0 và phần ảo là 3.
(C) Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$. (D) Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Câu 15.22. Cho số phức $\bar{z} = -3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2. (B) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2..
(C) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng $-2i$. (D) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Câu 15.23. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z}

- (A) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. (B) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
(C) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. (D) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 15.24. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- (A) -2 . (B) $2i$. (C) 2. (D) $-2i$.

Câu 15.25. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} , biết $z = (2019 - 2020i) - (1 - i)$.

- (A) Phần thực là 2018 và phần ảo là $2019i$. (B) Phần thực là 2018 và phần ảo là $-2019i$.
(C) Phần thực là 2018 và phần ảo là 2019. (D) Phần thực là 2019 và phần ảo là 2018.

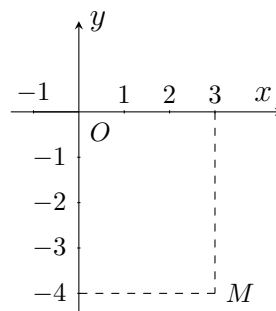
Câu 15.26. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z}

- (A) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. (B) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2 .
(C) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. (D) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 15.27.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

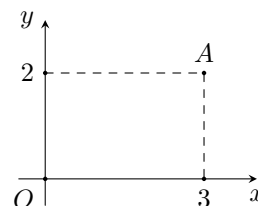
- (A) Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
- (B) Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
- (C) Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
- (D) Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Câu 15.28.

Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z . Phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} theo thứ tự là

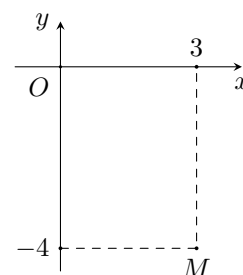
- (A) -3 và 2 .
- (B) 3 và -2 .
- (C) 3 và $-2i$.
- (D) -3 và $2i$.



Câu 15.29.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực và phần ảo của số phức z theo thứ tự là

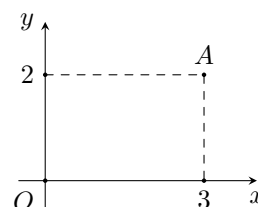
- (A) -4 và 3 .
- (B) 3 và $-4i$.
- (C) 3 và -4 .
- (D) -4 và $3i$.



Câu 15.30.

Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z . Phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} theo thứ tự là

- (A) -3 và 2 .
- (B) 3 và -2 .
- (C) 3 và $-2i$.
- (D) -3 và $2i$.



(D) BẢNG ĐÁP ÁN

15.1. A	15.2. B	15.3. B	15.4. B	15.5. C	15.6. C	15.7. A	15.8. B
15.9. D	15.10. D	15.11. B	15.12. B	15.13. D	15.14. A	15.15. B	15.16. A
15.17. C	15.18. C	15.19. B	15.20. C	15.21. A	15.22. D	15.23. D	15.24. C
15.25. C	15.26. D	15.27. C	15.28. B	15.29. C	15.30. B		

DẠNG 16. TIỆM CẬN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- a) Tìm đường tiệm cận ngang $\xrightarrow{\text{Tính}} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \text{một số cụ thể } \alpha \Rightarrow y = \alpha$ là tiệm cận ngang.
- b) Tìm đường tiệm cận đứng $\xrightarrow{\text{Tính}} \lim_{x \rightarrow x_0^\pm} y = \pm\infty \Rightarrow x = x_0$ là tiệm cận đứng.
- c) Đối với hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow$ Tiệm cận đứng cho mẫu $cx + d = 0$ và tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 16 (Đề tham khảo BGD - 2022). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình

- (A) $x = 2$. (B) $x = -1$. (C) $x = 3$. (D) $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^\pm} \frac{3x + 2}{x - 2} = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng.
 Chọn đáp án (A) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 16.1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 4x}{2x - 1}$?

(A) $y = -2$. (B) $y = 4$. (C) $y = 2$. (D) $y = \frac{1}{2}$.

Câu 16.2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x - 1}$ là đường thẳng có phương trình?

(A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $x = 1$. (D) $y = 5$.

Câu 16.3. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

(A) $I(-2; 2)$. (B) $I(2; -2)$. (C) $I(2; 2)$. (D) $I(-2; -2)$.

Câu 16.4. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 5. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 16.5. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 16.6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 2}$ là đường thẳng

- (A) $x = -2$. (B) $x = -1, y = -2$. (C) $y = -2$. (D) $x = -1$.

Câu 16.7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x}}{x - 1}$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 16.8. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x^2 - 2x - 8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 16.9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	3	$+\infty$	$-\infty$	5

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 16.10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0 +	+	
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 16.11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 2}{x - 1}$ là đường thẳng

- (A) $x = 2$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = -1$.

Câu 16.12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x - 3}$ là đường thẳng

- (A) $x = -3$. (B) $x = -1$. (C) $x = 1$. (D) $x = 3$.

Câu 16.13. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ là đường thẳng

- (A) $x = -2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $x = 2$.

Câu 16.14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{x + 3}$ là đường thẳng

- (A) $x = -1$. (B) $x = 1$. (C) $x = -3$. (D) $x = 3$.

Câu 16.15. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ lần lượt là

- (A) $x = 1, y = 2.$ (B) $x = -1, y = -2.$ (C) $x = -1, y = 2.$ (D) $x = -1, y = 0.$

Câu 16.16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2), (2; +\infty)$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2.$
 (B) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận ngang $y = -1.$
 (C) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.
 (D) Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 16.17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	-1	$-\infty$	2

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 16.18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	3

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 16.19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	-	
y	0	$-\infty$	3	$-\infty$	4
			$-\infty$	$-\infty$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 16.20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	-		0 +	+
y	0	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
		$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 16.21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+		0 -	
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng bao nhiêu đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 16.22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		0 + -	
y	3	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 3. (B) 1. (C) 4. (D) 2.

Câu 16.23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		-	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$			2	
		-1			$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 16.24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y		$+\infty$	
	2		3

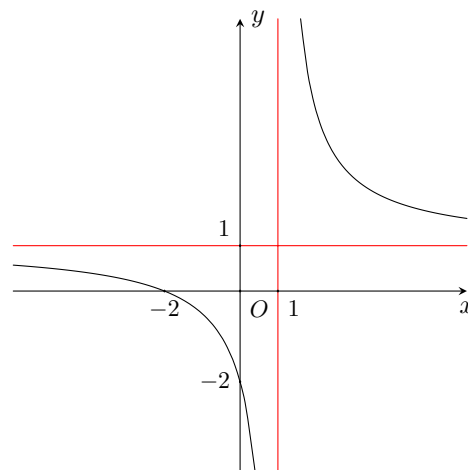
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 16.25.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.



(D) BẢNG ĐÁP ÁN

16.1. A	16.2. A	16.3. A	16.4. A	16.5. A	16.6. A	16.7. A	16.8. A
16.9. A	16.10. A	16.11. C	16.12. D	16.13. C	16.14. C	16.15. C	16.16. B
16.17. C	16.18. B	16.19. C	16.20. C	16.21. B	16.22. A	16.23. C	16.24. C
16.25. D							

DẠNG 17. TÍNH GIÁ TRỊ LÔGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức mũ

Cho a và b là các số thực dương; x và y là các số thực tùy ý khi đó ta có các công thức sau.

<ul style="list-style-type: none"> • $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $[u(x)]^0 = 1, \forall u(x) \neq 0$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $a^x \cdot b^x = (ab)^x$

2. Công thức lô-ga-rit

Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$ khi đó ta có các công thức sau.

<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b^n = n \log_a b$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_e b = \ln b$ và $\log_{10} b = \log b$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 17 (Đề tham khảo BGD - 2022). Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- (A) $\frac{1}{2} \log_2 a.$ (B) $\log_2 a + 1.$ (C) $\log_2 a - 1.$ (D) $\log_2 a - 2.$

Lời giải.

Ta có $\log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1.$

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 17.1. Cho b là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$ bằng

- (A) $\frac{3}{2}.$ (B) 1. (C) $\frac{5}{2}.$ (D) $\frac{1}{4}.$

Câu 17.2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng

- (A) $\frac{3}{2} \log_2 a.$ (B) $\frac{1}{3} \log_2 a.$ (C) $3 + \log_2 a.$ (D) $3 \log_2 a.$

Câu 17.3. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a^4)$ bằng

- (A) $8 + \log_2 a$. (B) $3 + 4 \log_2 a$. (C) $\frac{1}{4} \log_2 a$. (D) $4 \log_2 8a$.

Câu 17.4. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3(a^4b)$ bằng

- (A) $4 \log_3(ab)$. (B) $\frac{1}{4} \log_3(ab)$. (C) $4 \log_3 a + \log_3 b$. (D) $4 \log_3 a - \log_3 b$.

Câu 17.5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5\left(\frac{1}{a^3}\right)$ bằng

- (A) $3 \log_5 a$. (B) $1 - 3 \log_5 a$. (C) $1 + 3 \log_5 a$. (D) $-3 \log_5 a$.

Câu 17.6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(\frac{a^4}{4}\right)$ bằng

- (A) $2 - 4 \log_2 a$. (B) $-2 + 4 \log_2 a$. (C) $\log_2 a$. (D) $4 \log_a\left(\frac{a}{4}\right)$.

Câu 17.7. Với a là số thực dương khác 1, $\log_a\left(\frac{a^2}{8}\right)$ bằng

- (A) $2 - 3 \log_a 2$. (B) $2 + \log_a 8$. (C) $\frac{1}{4} \log_a 2$. (D) $2 - \frac{1}{3} \log_a 2$.

Câu 17.8. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3(a^3\sqrt{b})$ bằng

- (A) $\frac{3}{2} \log_3(ab)$. (B) $\frac{3}{2} \log_3(a + b)$. (C) $3 \log_3 a + \frac{1}{2} \log_3 b$. (D) $3 \log_3 a + 2 \log_3 b$.

Câu 17.9. Với a, b, c là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 0$. (B) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$.
(C) $\log_a b + \log_b c + \log_c a = 1$. (D) $\log_a b + \log_b c + \log_c a = 0$.

Câu 17.10. Với a, b là các số thực dương khác 1. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $\log_a a = 1$. (B) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. (C) $\log_a 1 = 1$. (D) $a^{\log_a b} = b$.

Câu 17.11. Với a là số thực dương tùy ý, giá trị biểu thức $\log_2(16a^3)$ bằng

- (A) $4 + 3 \log_2 a$. (B) $12 \log 2a$. (C) $\frac{4}{3} \log_2 a$. (D) $3 \log_2(16a)$.

Câu 17.12. Với a là số thực dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ bằng

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) 3. (C) $\frac{5}{3}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 17.13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng

- (A) $1 - \log_3 a$. (B) $3 - \log_3 a$. (C) $\frac{1}{\log_3 a}$. (D) $1 + \log_3 a$.

Câu 17.14. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

- (A) $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. (B) $\frac{\ln 7}{\ln 3}$. (C) $\ln \frac{7}{3}$. (D) $\ln(4a)$.

Câu 17.15. Biết $\log 3 = m$, $\log 5 = n$, tìm $\log_9 45$ theo m, n .

- (A) $1 - \frac{n}{2m}$. (B) $1 + \frac{n}{m}$. (C) $2 + \frac{n}{2m}$. (D) $1 + \frac{n}{2m}$.

Câu 17.16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

- (A) $3 \log_3 a$. (B) $3 + \log_3 a$. (C) $1 + \log_3 a$. (D) $1 - \log_3 a$.

Câu 17.17. Cho các số thực dương a, b, c và khác 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c.$ (B) $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c.$
 (C) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$ (D) $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$

Câu 17.18. Cho $0 < a \neq 1$ và $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) $\log_a b^2 = 2 \log_a b.$ (B) $\log_a a^b = b.$ (C) $\log_a 1 = 0.$ (D) $\log_a a = 1.$

Câu 17.19. Cho a, b, c, d là các số dương và $a \neq 1$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc).$ (B) $-\log_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right).$
 (C) $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (b + c).$ (D) $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right).$

Câu 17.20. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

- (A) $\log_a (xy) = \log_a x \cdot \log_a y.$ (B) $\log_a (xy) = \log_a x - \log_a y.$
 (C) $\log_a (xy) = \frac{\log_a x}{\log_a y}.$ (D) $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y.$

Câu 17.21. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, x và y là hai số dương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y.$ (B) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}.$
 (C) $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}.$ (D) $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x.$

Câu 17.22. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- (A) $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y.$ (B) $\log_a x$ có nghĩa với mọi $x.$
 (C) $\log_a x^n = n \log_a x$ ($x > 0, n \neq 0$).

- (D) $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0.$

Câu 17.23. Với a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_5 x = 4 \log_5 a + 3 \log_5 b$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A) $x = 3a + 4b.$ (B) $x = 4a + 3b.$ (C) $x = a^4 b^3.$ (D) $x = a^4 + b^3.$

Câu 17.24. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_4 (2^{-2016} \cdot 2^{16} \cdot \sqrt{2})$

- (A) $T = -\frac{3999}{4}.$ (B) $T = -\frac{3999}{2}.$ (C) $T = 2016.$ (D) $T = -2016.$

Câu 17.25. Tính giá trị của biểu thức $A = 8^{\log_2 3} + 9^{\frac{1}{\log_2 3}}$.

- (A) $A = 31.$ (B) $A = 5.$ (C) $A = 11.$ (D) $A = 17.$

Câu 17.26. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{\sqrt{a}} a.$

- (A) 2. (B) -2. (C) $\frac{1}{2}.$ (D) 1.

Câu 17.27. Cho $a > 0, a \neq 1$ và $x = \log_3 a$. Tính theo x giá trị của biểu thức

$$P = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a^2 + \log_a 9$$

A $P = \frac{1 - 10x^2}{x}$.
 B $P = \frac{2(1 - x^2)}{x}$.
 C $P = \frac{2 - 5x^2}{x}$.
 D $P = -3x$.

Câu 17.28. Cho $a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $\log_a b + \log_c b = \log_a 2016 \cdot \log_c b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $ab = 2016$.
 B $bc = 2016$.
 C $abc = 2016$.
 D $ac = 2016$.

Câu 17.29. Cho $a = \log_3 15, b = \log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

A $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$.
 B $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b + 1)$.
 C $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1$.
 D $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b + 1)$.

Câu 17.30. Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

A $\log_{20} 12 = \frac{ab + 1}{b - 2}$.
 B $\log_{20} 12 = \frac{a + b}{b + 2}$.
 C $\log_{20} 12 = \frac{a + 2}{ab + 2}$.
 D $\log_{20} 12 = \frac{a + 1}{b - 2}$.

Câu 17.31. Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b

A $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a - 3b}{a + 3b}$.
 B $\log_{24} 600 = \frac{2 + a + b}{a + b}$.
 C $\log_{24} 600 = \frac{2ab + a + 3b}{a + 3b}$.
 D $\log_{24} 600 = \frac{2ab + 1}{3a + b}$.

Câu 17.32. Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a (a \cdot \sqrt[3]{a^2})$ bằng

A $\frac{4}{3}$.
 B 3.
 C $\frac{5}{3}$.
 D $\frac{5}{2}$.

Câu 17.33. Cho a là số thực dương khác 4. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A 3.
 B $\frac{1}{3}$.
 C -3.
 D $-\frac{1}{3}$.

Câu 17.34. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Giá trị của biểu thức $\log_a (x^2 y^3)$ bằng

A 3.
 B 10.
 C -14.
 D 65.

Câu 17.35. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$. Giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ bằng

A 18.
 B 24.
 C 12.
 D 6.

Câu 17.36. Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A $\log(10a) = 1 + \log a$.
 B $-\log\left(\frac{10}{a}\right) = \log a - 1$.
 C $\log(10^a) = a$.
 D $\log(a^{10}) = a$.

Câu 17.37. Với các số thực x, y dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.
 B $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.
 C $\log_2\left(\frac{x^2}{y}\right) = 2\log_2 x - \log_2 y$.
 D $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$.

Câu 17.38. Cho a là một số thực dương. Khi đó $a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ bằng

A $a^{\frac{1}{15}}$.
 B $a^{\frac{2}{5}}$.
 C $a^{-\frac{1}{15}}$.
 D $a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 17.39. Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^x = 3$ và $3^y = 4$. Giá trị của biểu thức $8^x + 9^y$ bằng

(A) 43.

(B) 17.

(C) 24.

(D) $\log_2^3 3 + \log_3^2 4$.

Câu 17.40. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta được

(A) $A = \sqrt[6]{ab}$.

(B) $A = \sqrt[3]{ab}$.

(C) $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.

(D) $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

17.1. C	17.2. D	17.3. B	17.4. C	17.5. D	17.6. B	17.7. A	17.8. C
17.9. B	17.10. C	17.11. A	17.12. D	17.13. A	17.14. C	17.15. D	17.16. C
17.17. D	17.18. A	17.19. C	17.20. D	17.21. D	17.22. C	17.23. C	17.24. A
17.25. A	17.26. A	17.27. C	17.28. D	17.29. A	17.30. C	17.31. C	17.32. C
17.33. A	17.34. B	17.35. B	17.36. D	17.37. C	17.38. D	17.39. A	17.40. B

DẠNG 18. NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nhận dạng đồ thị hàm số bậc ba

$$\text{Hàm số } y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$$

- Hình dáng: Nhận dạng được dấu của a :
 Nếu chữ N thì hệ số $a > 0$.
 Nếu chữ "N ngược" thì hệ số $a < 0$.
- Nhận dạng dấu của dấu của c :
 Nếu hai cực trị nằm hai bên trục Oy thì $ac < 0$.
 Nếu hai cực trị nằm cùng bên trục Oy thì $ac > 0$.
 Nếu có cực trị nằm trên trục Oy thì $c = 0$.
- Nhận dạng dấu của hệ số d :
 Đồ thị giao $Oy : x = 0 \Rightarrow y = d$.
- Điểm đặc biệt trên đồ thị.

2. Nhận dạng đồ thị hàm số trùng phương

$$\text{Hàm số } y = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$$

- Hình dáng: (nhận dạng được dấu của a và b):

$$M: \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad W: \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \quad \cup: \begin{cases} ab \geq 0 \\ a > 0 \end{cases} \quad \cap: \begin{cases} ab \geq 0 \\ a < 0 \end{cases}$$
- Nhận dạng dấu của hệ số c : Đồ thị giao $Oy : x = 0 \Rightarrow y = c$ xem dương hay âm.
- Điểm đặc biệt trên đồ thị.

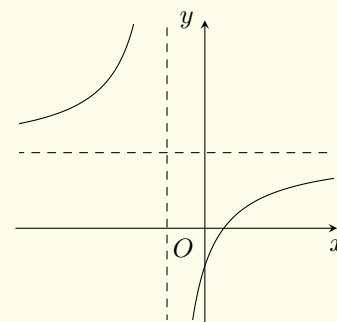
3. Nhận dạng đồ thị hàm số nhất biến

$$\text{Hàm số } y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

- Tiệm cận:

Tiệm cận đứng: $cx + d = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{d}{c}$ xem dương hay âm?

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$ dương hay âm?



- Đơn điệu: $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$. Xem đồ thị (C) từ trái sang phải:

Nếu đi lên thì hàm số đồng biến nên $y' > 0 \Leftrightarrow ad - cb > 0$.

Nếu đi xuống thì hàm số nghịch biến nên $y' < 0 \Leftrightarrow ad - cb < 0$.

- Tương giao với hai trục tọa độ:

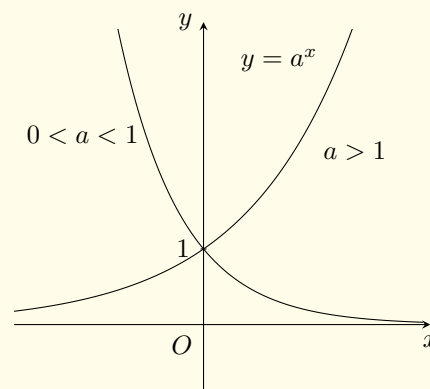
Cắt trục $Ox : y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ xem dương hay âm? Cắt trục $Oy : x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}$ xem dương hay âm?

- Điểm đặc biệt trên đồ thị.

4. Nhận dạng đồ thị hàm số mũ

Hàm số $y = a^x$

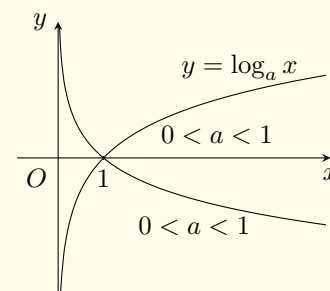
- Đồ thị nằm trên trục Ox .
- Từ trái sang phải nếu đồ thị (C):
Đi lên thì đồng biến nên $a > 1$.
Đi xuống thì nghịch biến nên $0 < a < 1$.



5. Nhận dạng đồ thị hàm số logarit

Hàm số $y = \log_a x$

- Đồ thị nằm bên phải Oy .
- Từ trái sang phải nếu đồ thị (C):
Đi lên thì đồng biến nên $a > 1$.
Đi xuống thì nghịch biến nên $0 < a < 1$.



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 18 (Đề tham khảo BGD - 2022).

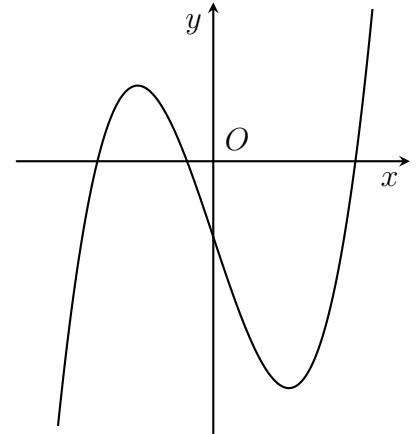
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

(B) $y = \frac{x + 1}{x - 1}.$

(C) $y = x^3 - 3x - 1.$

(D) $y = x^2 + x - 1.$



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy rằng đường cong ở hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba, do đó ta chọn được hàm số $y = x^3 - 3x - 1.$

Chọn đáp án (C)

□

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 18.1.

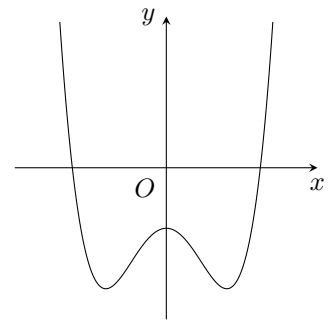
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + x^2 - 1.$

(B) $y = x^4 - x^2 - 1.$

(C) $y = x^3 - x^2 - 1.$

(D) $y = -x^4 + x^2 - 1.$



Câu 18.2.

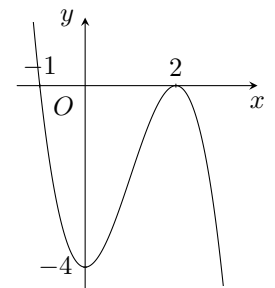
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = -x^3 - 4.$

(B) $y = x^3 - 3x^2 - 4.$

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

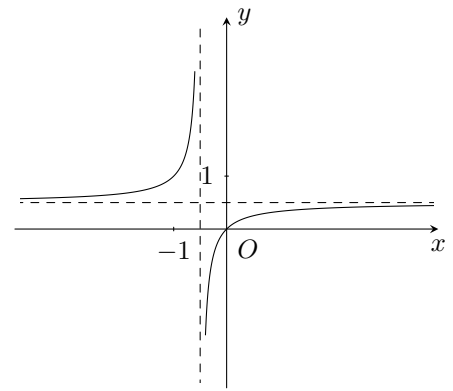
(D) $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$



Câu 18.3.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

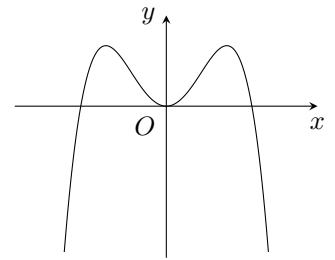
- A $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B $y = \frac{x}{2x+1}$
 C $y = \frac{x-1}{2x+1}$ D $y = \frac{x+3}{2x+1}$



Câu 18.4.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

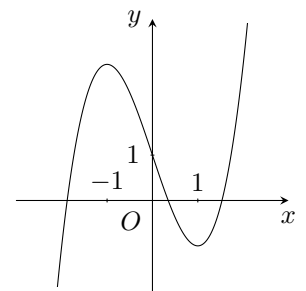
- A $y = x^4 - 2x^2$ B $y = x^4 + 2x^2$
 C $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ D $y = -x^4 + 2x^2$



Câu 18.5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

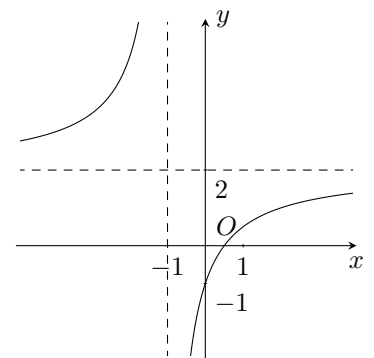
- A $y = -x^2 + x - 1$ B $y = -x^3 + 3x + 1$
 C $y = x^4 - x^2 + 1$ D $y = x^3 - 3x + 1$



Câu 18.6.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

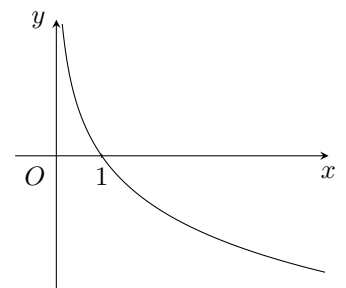
- A $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B $y = \frac{2x+1}{x-1}$
 C $y = \frac{2x+1}{x+1}$ D $y = \frac{1-2x}{x-1}$



Câu 18.7.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

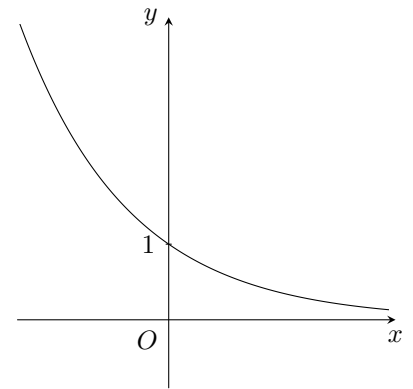
- A $y = 2^x$ B $y = \log_2 x$ C $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ D $y = \log_{\frac{1}{2}} x$



Câu 18.8.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

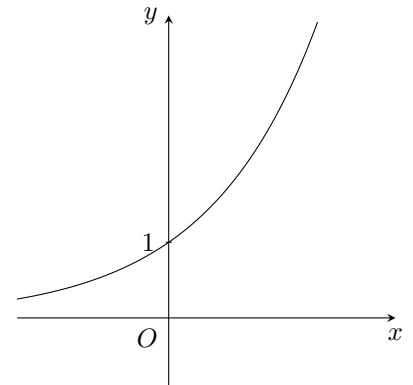
- A $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$
 B $y = \log_2 x.$
 C $y = \frac{1}{2^x}.$
 D $y = 2^x.$



Câu 18.9.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

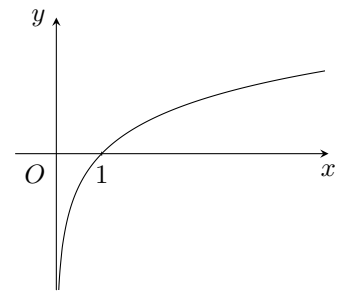
- A $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$
 B $y = \log_{\frac{2}{5}} x.$
 C $y = \log_5 x.$
 D $y = 2^x.$



Câu 18.10.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?

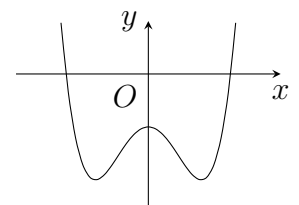
- A $y = e^x.$
 B $y = \log_{\sqrt{7}} x.$
 C $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$
 D $y = \frac{1}{e^x}.$



Câu 18.11.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên

- A $-x^4 + 2x^2 - 1.$
 B $x^4 - 2x^2 - 1.$
 C $x^3 - 3x^2 - 1.$
 D $-x^3 - 3x^2 - 1.$

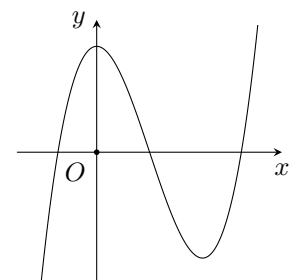


Câu 18.12.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

Hàm số đó là hàm số nào?

- A $y = x^3 - 3x^2 + 2.$
 B $y = \frac{x + 2}{x + 1}.$
 C $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$
 D $y = x^4 - 2x^3 + 2.$



Câu 18.13.

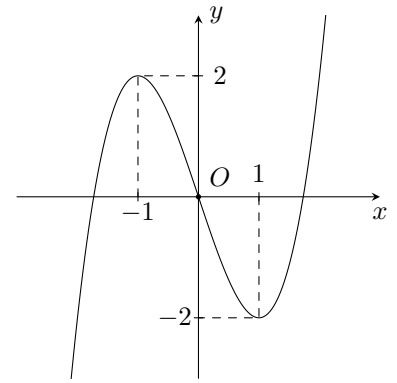
Hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

(A) $y = 3x^3 - 3x$.

(B) $y = x^3 - 3x$.

(C) $y = x^3 + 3x$.

(D) $y = x^3 - x$.



Câu 18.14.

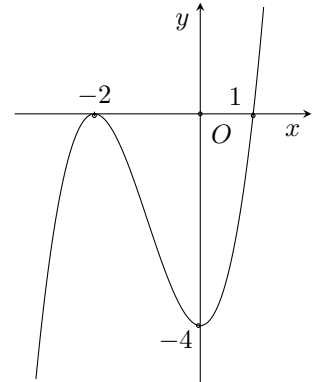
Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

(B) $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

(C) $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 4$.



Câu 18.15.

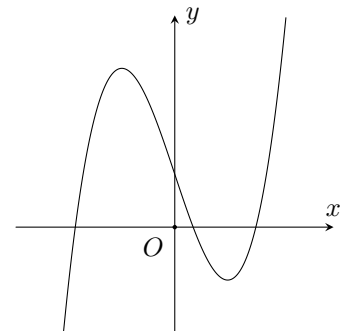
Biết rằng đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = x^3 - 3x + 1$.

(B) $y = -x^3 - 3x + 1$.

(C) $y = x^4 - x^2 + 3$.

(D) $y = x^2 - 3x + 1$.



Câu 18.16.

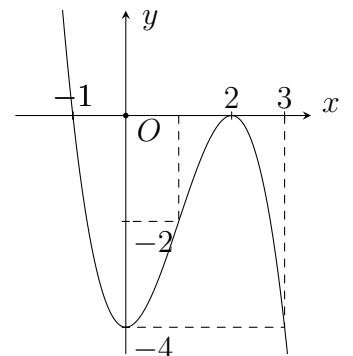
Đồ thị hình bên là của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

(C) $y = x^3 - 3x - 4$.

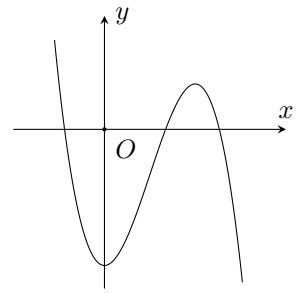
(D) $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.



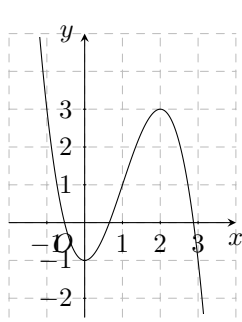
Câu 18.17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- (A) $y = x^3 - 6x^2 - 3.$
- (C) $y = x^4 + 3x^2 - 1.$

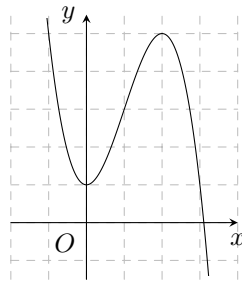
- (B) $y = -x^3 + 3x^2 - 3.$
- (D) $y = -x^4 + 3x^2.$



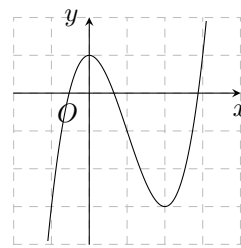
Câu 18.18. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



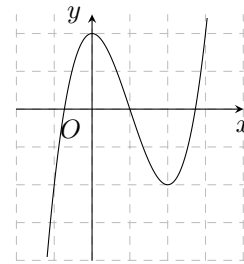
Hình 1



Hình 2



Hình 3



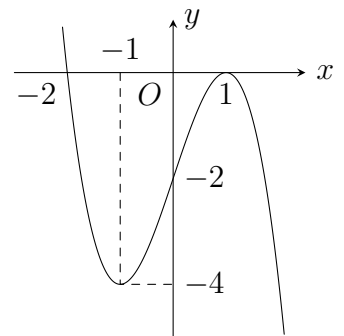
Hình 4

- (A) Hình 1.
- (B) Hình 4.
- (C) Hình 2.
- (D) Hình 3.

Câu 18.19.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số

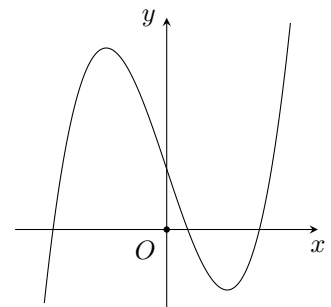
- (A) $y = x^3 - 3x - 2.$
- (B) $y = -x^3 + 3x + 2.$
- (C) $y = x^3 - 3x + 2.$
- (D) $y = -x^3 + 3x - 2.$



Câu 18.20.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

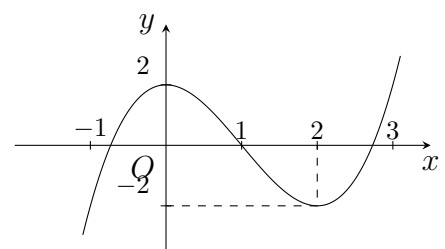
- (A) $y = -x^2 + x - 1.$
- (B) $y = -x^3 + 3x + 1.$
- (C) $y = x^3 - 3x + 1.$
- (D) $y = x^4 - x^2 + 1.$



Câu 18.21.

Đây là đồ thị của hàm số nào?

- (A) $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$
- (B) $y = x^3 - 3x^2 + 2.$
- (C) $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$
- (D) $y = x^3 - 3x^2 - 2.$



Câu 18.22.

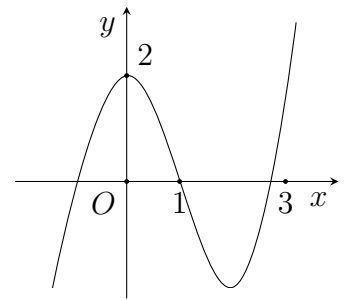
Đồ thị trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$

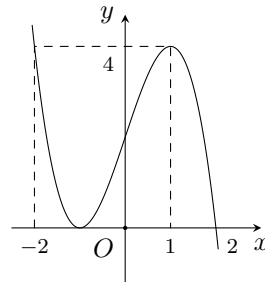
(B) $y = -x^3 - 3x + 2.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 - 2.$

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 2.$



Câu 18.23. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



(A) $y = x^3 + 3x - 2.$

(B) $y = x^3 - 3x + 2.$

(C) $y = -x^3 + 3x + 2.$

(D) $y = -x^3 - 3x - 2.$

Câu 18.24.

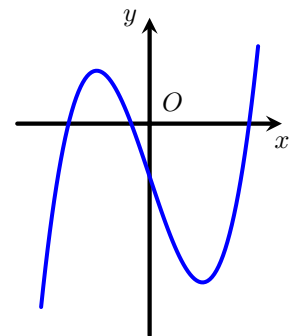
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^4 + x^2 - 1.$

(B) $y = x^4 - 3x^2 - 1.$

(C) $y = -x^3 - 3x - 1.$

(D) $y = x^3 - 3x - 1.$



Câu 18.25.

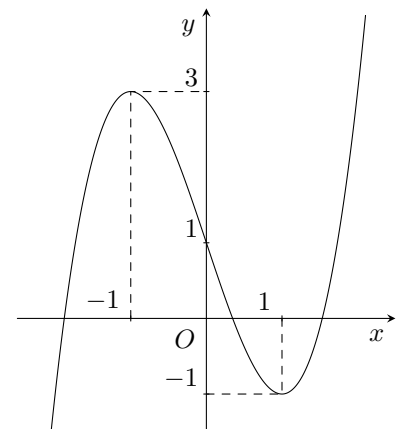
Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x.$

(B) $y = -x^3 + 3x + 1.$

(C) $y = x^3 - 3x + 3.$

(D) $y = x^3 - 3x + 1.$



Câu 18.26.

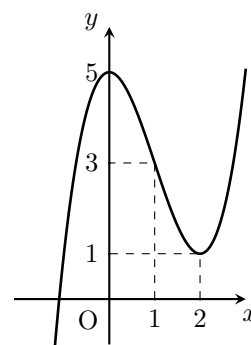
Đường cong như hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 5.$

(B) $y = 2x^3 - 6x^2 + 5.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 5.$

(D) $y = x^3 - 3x + 5.$



Câu 18.27.

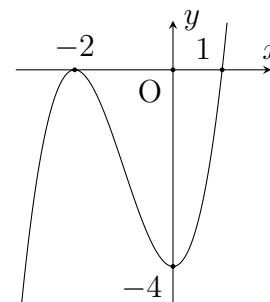
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

(B) $y = \frac{x - 4}{x + 1}.$

(C) $y = x^3 + 3x^2 - 4.$

(D) $y = x^4 + 3x^2 - 4.$



Câu 18.28.

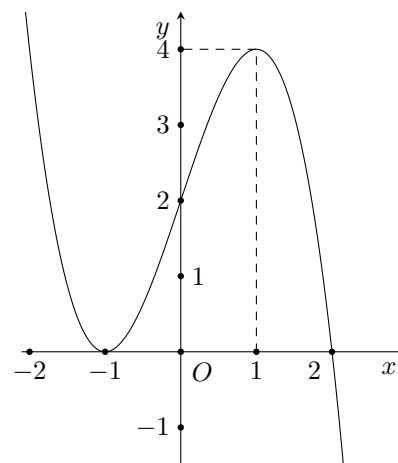
Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = x^4 - 2x^2.$

(B) $y = x^3 - 3x + 2.$

(C) $y = \frac{x - 1}{2x + 1}.$

(D) $y = -x^3 + 3x + 2.$



Câu 18.29.

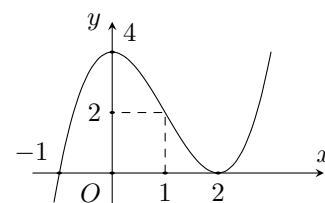
Đường cong như hình vẽ bên là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 4.$

(B) $y = -(x + 1)(x - 2)^2.$

(C) $y = (x - 3)^3.$

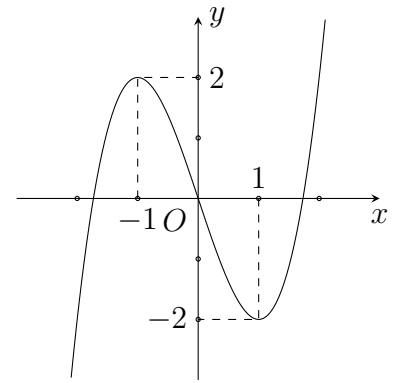
(D) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$



Câu 18.30.

Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

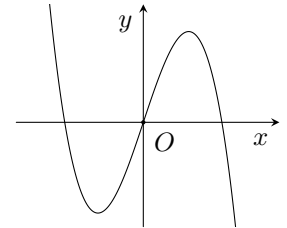
- A $y = -x^3 - 3x$. B $y = x^3 + 3x$.
 C $y = x^3 - 3x$. D $y = -x^3 + 3x$.



Câu 18.31.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?

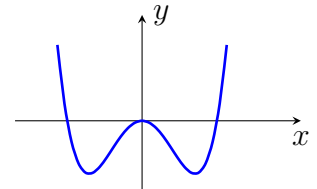
- A $y = x^3 - 3x$. B $y = x^4 - 2x^2$.
 C $y = -x^4 + 2x^2$. D $y = -x^3 + 3x$.



Câu 18.32.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên

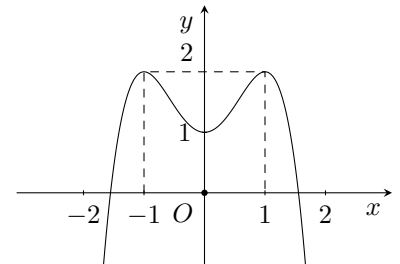
- A $y = -x^4 + 2x^2$. B $y = x^3 - 3x^2$.
 C $y = x^4 - 2x^2$. D $y = -x^3 + 3x^2$.



Câu 18.33.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?

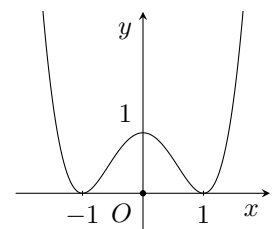
- A $y = -x^4 + 1$. B $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 C $y = x^4 + 1$. D $y = x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 18.34.

Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên

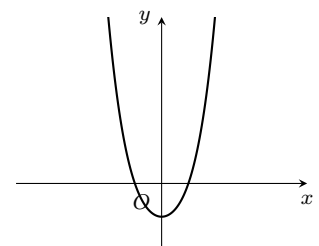
- A $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.
 C $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



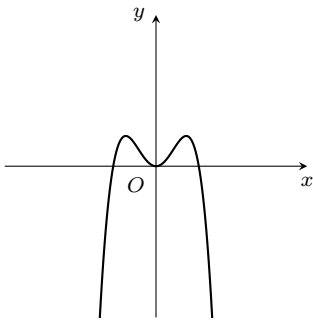
Câu 18.35.

Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?

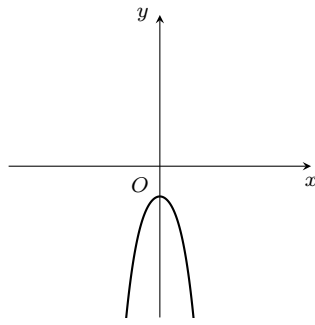
- A $y = x^4 - 3x^2 - 1$. B $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 C $y = \frac{-1}{4}x^4 + 3x^2 - 1$. D $y = x^4 + 2x^2 - 1$.



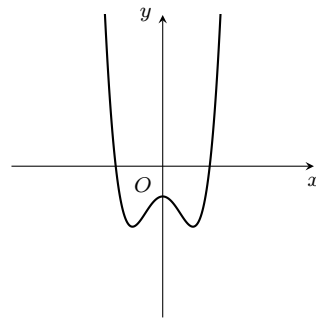
Câu 18.36. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ có đồ thị (T) là hình nào trong các hình sau



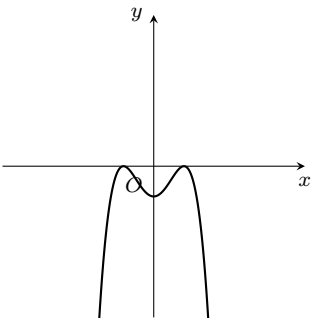
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

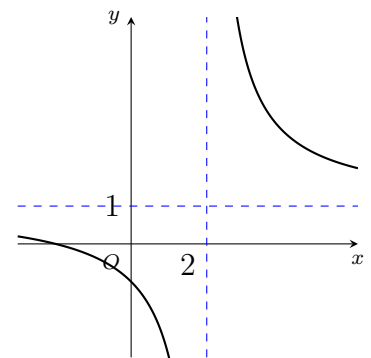
Hỏi đồ thị (T) là hình nào?

- (A) Hình 4. (B) Hình 3. (C) Hình 2. (D) Hình 1.

Câu 18.37.

Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

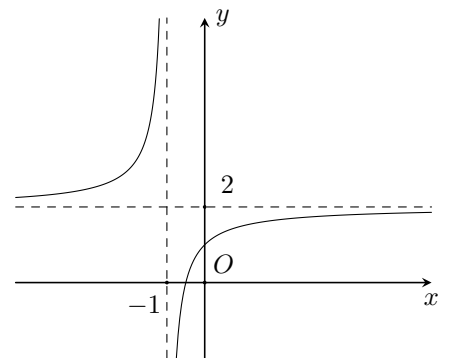
- (A) $a = 2; b = 2; c = -1$. (B) $a = 1; b = -2; c = 1$.
 (C) $a = 1; b = 2; c = 1$. (D) $a = 1; b = 1; c = -1$.



Câu 18.38.

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

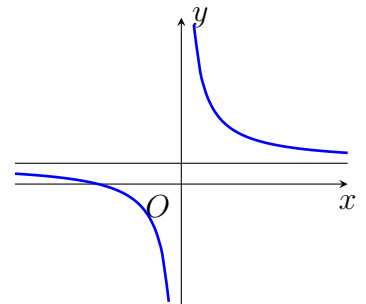
- (A) $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. (B) $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.
 (C) $y = \frac{2x + 3}{x + 1}$. (D) $y = \frac{x + 3}{1 - x}$.



Câu 18.39.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- (A) $y = \frac{x + 1}{2x + 2}$. (B) $y = x^2 + 2x$.
 (C) $y = \frac{x - 2}{2x}$. (D) $y = \frac{x + 2}{2x}$.



Câu 18.40.

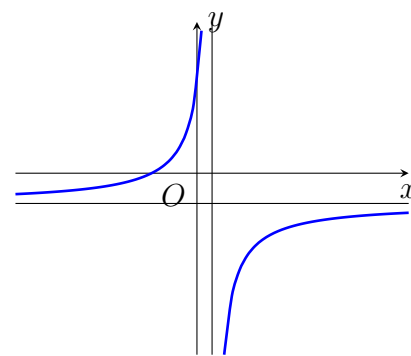
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

(A) $y = \frac{2x + 3}{2x - 1}$.

(B) $y = \frac{2x - 3}{1 - 2x}$.

(C) $y = \frac{2x + 3}{1 - 2x}$.

(D) $y = \frac{2x + 3}{x - 1}$.



Câu 18.41.

Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

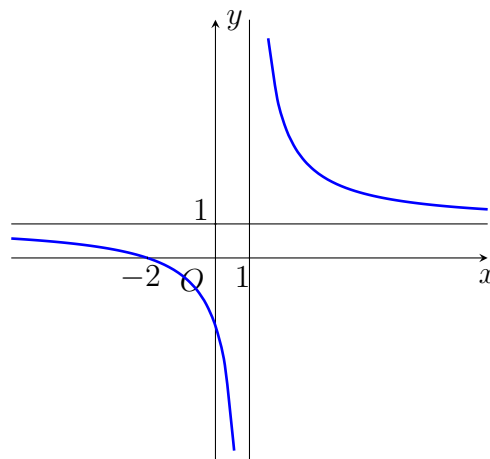
Tính $S = a + 2b + 3c$.

(A) -6.

(B) 2.

(C) 8.

(D) 0.



(D) BẢNG ĐÁP ÁN

18.1. B	18.2. C	18.3. B	18.4. D	18.5. D	18.6. A	18.7. D	18.8. C
18.9. D	18.10. B	18.11. B	18.12. A	18.13. B	18.14. B	18.15. A	18.16. B
18.17. B	18.18. A	18.19. D	18.20. C	18.21. B	18.22. D	18.23. C	18.24. D
18.25. D	18.26. C	18.27. C	18.28. D	18.29. A	18.30. C	18.31. D	18.32. C
18.33. B	18.34. D	18.35. D	18.36. A	18.37. B	18.38. B	18.39. D	18.40. C
18.41. B							

DẠNG 19. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Viết phương trình đường thẳng

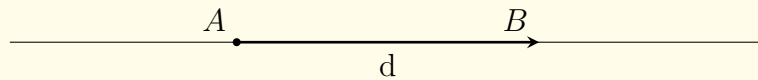
Để viết phương trình đường thẳng, ta cần tìm một điểm đi qua và một véc tơ chỉ phương.

$$\bullet d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \\ d: \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0) \end{cases}$$

2. Một số dạng viết phương trình đường thẳng thường gặp (tham khảo)

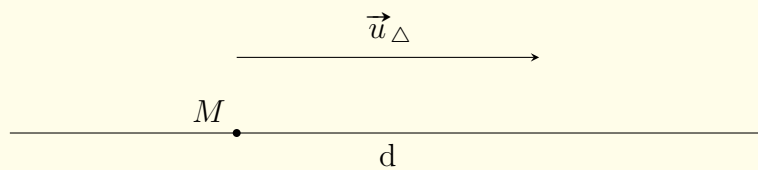
- Dạng 1. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B .

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } A \text{ (hay } B) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$.



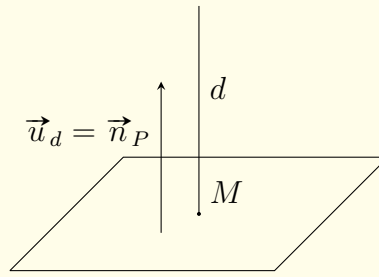
- Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.



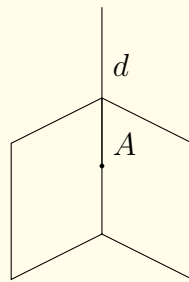
- Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{n}_P = (a; b; c) \end{cases}$.



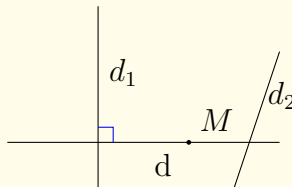
- Dạng 4. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.

Phương pháp. Đường thẳng d : $\begin{cases} \cdot \text{Qua } A = (P) \cap (Q) \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$.



- Dạng 5. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

Phương pháp. Đường thẳng d : $\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \end{cases}$.



- Dạng 6. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$

Phương pháp. Đường thẳng d : $\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$.

- Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d qua M , vuông góc d' và song song mặt (P)

Phương pháp. Đường thẳng d : $\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_{d'}] \end{cases}$.

- Dạng 8. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) , song song mặt (Q) và qua

M . Phương pháp. Đường thẳng d : $\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 19 (ĐỀ tham khảo BGD - 2022). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) Điểm $Q(2; 2; 3)$.
- (B) Điểm $N(2; -2; -3)$.
- (C) Điểm $M(1; 2; -3)$.
- (D) Điểm $P(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Dễ thấy rằng đường thẳng d luôn đi qua điểm $M(1; 2; -3)$.

Chọn đáp án **(C)** □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 19.1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- (A) $M(3; 2; 0)$.
- (B) $P(2; -1; -1)$.
- (C) $N(-1; -1; 4)$.
- (D) $Q(5; 1; -2)$.

Câu 19.2. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $O(0; 0; 0)$, $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(-34; 0; 0)$, $D\left(\frac{11}{23}; 0; -\frac{1}{2}\right)$, $E(-1; 0; 3)$, $G(742; 1; -47)$. Trong các điểm trên có bao nhiêu điểm thuộc trục Ox ?

- (A) 3.
- (B) 1.
- (C) 2.
- (D) 4.

Câu 19.3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm thuộc d là

- (A) $M(3; 8; 6)$.
- (B) $P(2; 7; -4)$.
- (C) $N(-1; -4; -2)$.
- (D) $Q(5; 14; -10)$.

Câu 19.4. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

- (A) $Q(-2; 1; -3)$.
- (B) $P(2; -1; 3)$.
- (C) $M(-1; 1; -2)$.
- (D) $N(1; -1; 2)$.

Câu 19.5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $(3; 1; 3)$.
- (B) $(2; 1; 3)$.
- (C) $(3; 1; 2)$.
- (D) $(3; 2; 3)$.

Câu 19.6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $M(-1; -2; -3)$.
- (B) $Q(2; -1; 2)$.
- (C) $N(-2; 1; -2)$.
- (D) $P(0; 2; -3)$.

Câu 19.7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $Q(1; 2; 3)$. (B) $M(3; -1; 2)$. (C) $P(2; -2; 3)$. (D) $N(-1; 5; 4)$.

Câu 19.8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{5}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $Q(1; 2; -3)$. (B) $M(2; -1; 2)$. (C) $P(0; 2; -8)$. (D) $N(0; 5; -8)$.

Câu 19.9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $Q(2; -1; 2)$. (B) $M(-1; -2; -3)$. (C) $P(1; 2; 3)$. (D) $N(-2; 1; -2)$.

Câu 19.10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $C(-3; 4; 5)$. (B) $D(3; -4; -5)$. (C) $B(-1; 2; -3)$. (D) $A(1-2; 3)$.

Câu 19.11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $M(2; -1; 0)$. (B) $N(8; 9; 10)$. (C) $P(5; 5; 5)$. (D) $Q(3; -4; 5)$.

Câu 19.12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2; -3), B(3; -6; 1)$ là

- (A) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{-2}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
 (C) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z-1}{-2}$. (D) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 19.13. Trong không gian $Oxyz$, phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3; 1; 2), B(-3; 2; 5), C(1; 6; -3)$ là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - 1t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Câu 19.14. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2), B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là

- (A) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
 (C) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. (D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 19.15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 3; 4)$ và song song với trục hoành là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 - t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 + t \end{cases}$$

Câu 19.16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3), B(1; 0; 1), C(-1; 1; 2)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC là

$$\textcircled{A} \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \\ \textcircled{C} \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \quad \textcircled{D} \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$$

Câu 19.17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$ có dạng

$$\textcircled{A} \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3} \quad \textcircled{B} \frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1} \\ \textcircled{C} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3} \quad \textcircled{D} \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$$

19.1. C	19.2. C	19.3. D	19.4. D	19.5. A	19.6. D	19.7. C	19.8. C
19.9. C	19.10.D	19.11.A	19.12.A	19.13.C	19.14.D	19.15.A	19.16.C
19.17.C							

DẠNG 20. HÓA VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hoán vị

- Sắp xếp vị trí n phần tử của một tập hợp ta sử dụng hoán vị $P_n = n!$.

2. Chỉnh hợp

- Chọn k trong n tùy ý của một tập hợp ta sử dụng tổ hợp $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$.

3. Tổ hợp

- Chọn k trong n của một tập hợp và sắp xếp ta sử dụng chỉnh hợp $C_n^k \cdot k! = \frac{n!}{(n-k)!} = A_n^k$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 20 (Đề minh họa BGD 2020-2021). Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- (A) $5!$. (B) A_5^3 . (C) C_5^3 . (D) 5^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh là tổ hợp chập 3 của 5 phần tử có C_5^3 cách.

Chọn đáp án (C) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 20.1. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- (A) A_{30}^3 . (B) 3^{30} . (C) 10. (D) C_{30}^3 .

Câu 20.2. Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- (A) 336. (B) 56. (C) 168. (D) 84.

Câu 20.3. Có n ($n > 0$) phần tử lấy ra k ($0 < k < n$) phần tử đem đi sắp xếp theo một thứ tự nào đó, mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là

- (A) C_n^k . (B) A_n^k . (C) A_n^n . (D) P_n .

Câu 20.4. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

- (A) A_{10}^2 . (B) C_{10}^2 . (C) A_{10}^8 . (D) 10^2 .

Câu 20.5. Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

- (A) 170. (B) 160. (C) 190. (D) 360.

Câu 20.6. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là 2 trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

- (A) P_6 . (B) C_6^2 . (C) A_6^2 . (D) 36.

Câu 20.7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- (A) 5^5 . (B) $5!$. (C) $4!$. (D) 5.

Câu 20.8. Từ tập $X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 60. (B) 125. (C) 10. (D) 6.

Câu 20.9. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

- (A) C_{38}^2 . (B) A_{38}^2 . (C) $C_{20}^2 C_{18}^1$. (D) $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Câu 20.10. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

- (A) $C_9^2 C_6^3$. (B) $C_6^2 + C_9^3$. (C) $A_6^2 A_9^3$. (D) $C_6^2 C_9^3$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

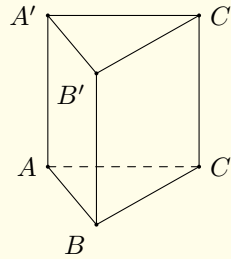
20.1. D	20.2. B	20.3. C	20.4. A	20.5. C	20.6. C	20.7. B	20.8. A
20.9. D	20.10. D						

DẠNG 21. THỂ TÍCH

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

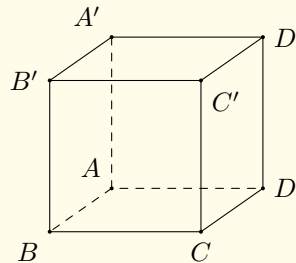
1. Thể tích khối lăng trụ

- Thể tích của khối lăng trụ $V = B.h$ với B là diện tích đáy và h là chiều cao.
- Hình vẽ



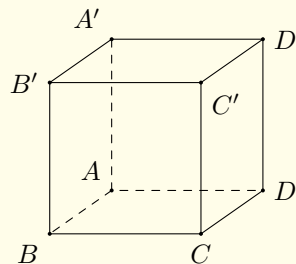
2. Thể tích khối hộp chữ nhật

- Thể tích khối hộp chữ nhật $V = a.b.c$ với a là chiều dài, b là chiều rộng và c là chiều cao.
- Hình vẽ



3. Thể tích khối lập phương

- Thể tích khối lập phương $V = a^3$ với a là cạnh.
- Hình vẽ



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 21 (Đề minh họa BDG 2020-2021). Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2,3,7 bằng

- (A) 14. (B) 42. (C) 126. (D) 12.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là $V = 2 \times 3 \times 7 = 42$.

Chọn đáp án (B) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ MỞ RỘNG

Câu 21.1. Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là

- (A) $2a^3$. (B) $27a^3$. (C) $8a^3$. (D) $3a^3$.

Câu 21.2. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là $150cm^2$. Thể tích của khối lập phương bằng

- (A) $125cm^3$. (B) $100cm^3$. (C) $25cm^3$. (D) $75cm^3$.

Câu 21.3. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) $V = AB \cdot BC \cdot AA'$. (B) $V = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot AA'$.
 (C) $V = AB \cdot AC \cdot AA'$. (D) $V = AB \cdot AC \cdot AD$.

Câu 21.4. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $AB = a$, $AD = 2a$, $AC' = a\sqrt{14}$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$. (B) $2a^3$. (C) $6a^3$. (D) $a^3\sqrt{5}$.

Câu 21.5. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21.6. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh là a bằng

- (A) $3a^3$. (B) $a^3\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C) a^3 . (D) $a^3\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21.7. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- (A) $\frac{a^3}{2}$. (B) $\frac{a^3}{6}$. (C) $\frac{a^3}{3}$. (D) a^3 .

Câu 21.8. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- (A) a^3 . (B) $\frac{a^3}{4}$. (C) $3a^3$. (D) $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 21.9. Tính thể tích của một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 5a$, đáy là tam giác đều cạnh $4a$.

- (A) $12a^3$. (B) $\frac{20a^3}{3}$. (C) $20a^3\sqrt{3}$. (D) $12a^3\sqrt{3}$.

Câu 21.10. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích 1. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 21.11. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ để phương trình $\log_{2020}(x^2 - 3x)^2 = \log_{\sqrt{2020}}(x + m)$ có đúng hai nghiệm phân biệt ?

- (A) 4035. (B) 2023. (C) 2022. (D) 4036.

Câu 21.12. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để phương trình $\log_{2021}(x^2 + 3x)^2 = \log_{\sqrt{2021}}(x - m)$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- (A) -203 . (B) -206 . (C) 3. (D) 6.

Câu 21.13. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $y \in (-10; 10)$ để tồn tại 2 số thực x thỏa mãn

$$\log_3(x^2 - 2x + 4) = \log_5(x^2 - 2x + y)$$

- (A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 9.

Câu 21.14. Có bao nhiêu giá trị của $y \in (0; 2020)$ để tồn tại số thực x thỏa mãn

$$4^x + 4 = 2^{x+2} \cdot \cos(x + y)?$$

- (A) 324. (B) 322. (C) 320. (D) 321.

Câu 21.15. Với giá trị nào của y thì tồn tại đúng 1 số thực x thỏa mãn $9^x + 9 = 3^x y \cos(\pi x)$?

- (A) $y = 3$. (B) $y = -6$. (C) $y = -3$. (D) $y = 6$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

21.1. B	21.2. A	21.3. A	21.4. C	21.5. B	21.6. C	21.7. A	21.8. C
21.9. D	21.10. B	21.11. C	21.12. B	21.13. B	21.14. D	21.15. B	

DẠNG 22. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LOGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit

$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 22 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.
 B $y' = \frac{\ln 2}{x}$.
 C $y' = \frac{1}{x}$.
 D $y' = \frac{1}{2x}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

Chọn đáp án A □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 22.1. Hàm số $y = 2^{2x^2+x}$ có đạo hàm là

A $y' = (2x^2 + x) \cdot \ln 2$.
 B $y' = (4x + 1) \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2$.
 C $y' = (2x^2 + x) \cdot 2^{2x^2+x} \cdot \ln 2$.
 D $y' = (4x + 1) \cdot \ln(2x^2 + x)$.

Câu 22.2. Hàm số $y = e^{1-2x}$ có đạo hàm là

A $y' = 2e^{1-2x}$.
 B $y' = e^{1-2x}$.
 C $y' = -2e^{1-2x}$.
 D $y' = -e^{1-2x}$.

Câu 22.3. Hàm số $y = 2^{2x+3}$ có đạo hàm là

A $y' = 2^{2x+2} \cdot \ln 4$.
 B $y' = 4^{x+2} \cdot \ln 4$.
 C $y' = 2^{2x+2} \cdot \ln 16$.
 D $y' = 2^{2x+3} \cdot \ln 2$.

Câu 22.4. Hàm số $y = 8^{x^2+1}$ có đạo hàm là

A $y' = 2x \cdot 8^{x^2}$.
 B $y' = 2x \cdot 8^{x^2} \cdot \ln 4$.
 C $y' = (x^2 + 1) \cdot 8^{x^2}$.
 D $y' = 6x \cdot 8^{x^2+1} \cdot \ln 2$.

Câu 22.5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ là

A $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln x}$.
 B $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.
 C $y' = \frac{2 \ln 2}{x + 1}$.
 D $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.

Câu 22.6. Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm là

A $y' = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.
 B $y' = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.
 C $y' = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}$.
 D $y' = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}$.

Câu 22.7. Đạo hàm của hàm số $y = \log(x^2 - x)$ là

- A $y' = \frac{1}{(x^2 - x) \ln 10}$. B $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$.
 C $y' = \frac{2x - 1}{(x^2 - x) \log e}$. D $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - x} \cdot \log e$.

Câu 22.8. Cho hàm số $y = x^\pi$. Giá trị của $y''(1)$ bằng

- A $\ln^2 \pi$. B $\pi \ln \pi$. C 0. D $\pi(\pi - 1)$.

Câu 22.9. Hãy tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A $y' = \frac{7}{6} \cdot \sqrt[6]{x}$. B $y' = \sqrt[9]{x}$. C $y' = \frac{4}{3} \cdot \sqrt[3]{x}$. D $y' = \frac{6}{7 \cdot \sqrt[7]{x}}$.

Câu 22.10. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2^2(2x + 1)$ là

- A $y' = \frac{2 \log_2(2x + 1)}{(2x + 1) \ln 2}$. B $y' = \frac{4 \log_2(2x + 1)}{(2x + 1) \ln 2}$.
 C $y' = \frac{4 \log_2(2x + 1)}{2x + 1}$. D $y' = \frac{2}{(2x + 1) \ln 2}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

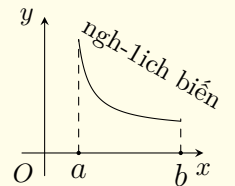
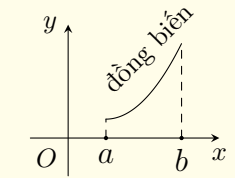
22.1. B	22.2. C	22.3. C	22.4. D	22.5. D	22.6. D	22.7. D	22.8. D
22.9. A	22.10. B						

DẠNG 23. XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí : Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 23 (Đề tham khảo BGD - 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1		$+\infty$	

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -1 -1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; +\infty)$.
 (B) $(-\infty; -2)$.
 (C) $(0; 2)$.
 (D) $(-2; 0)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 23.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$-\infty$	

\swarrow \nearrow \searrow \nearrow
 -2 -2

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 1)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-1; 0)$.

Câu 23.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

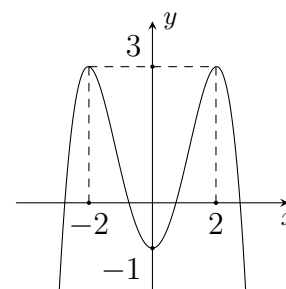
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- (A) $(-2; +\infty)$. (B) $(-2; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2)$.

Câu 23.3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

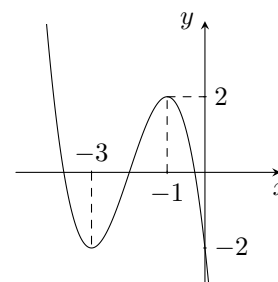
- (A) $(-1; 3)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-\infty; 3)$. (D) $(-2; 2)$.



Câu 23.4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- (A) $(-\infty; -3)$. (B) $(-3; -1)$. (C) $(-2; 2)$. (D) $(-2; -1)$.



Câu 23.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 23.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 23.7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 23.8. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 23.9. Cho hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 23.10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘ ↗		4	↘ ↗		$-\infty$
		1					

Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- (A) $(-2; +\infty)$.
- (B) $(-2; 3)$.
- (C) $(3; +\infty)$.
- (D) $(-\infty; -2)$.

Câu 23.11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	-2	-1	1	3
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	↗ ↘		5
		1	-2	

Khẳng định nào **sai**?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 23.12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

- (A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 23.13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình dưới. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$. (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 23.14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 4)$. (B) $(-\infty; -1)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(0; 2)$.

Câu 23.15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-1; 1)$. (B) $(4; +\infty)$. (C) $(-\infty; 2)$. (D) $(0; 1)$.

Câu 23.16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-1; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(-\infty; 3)$.

Câu 23.17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(0; 1)$.

Câu 23.18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	2	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(0; 2)$. (D) $(2; +\infty)$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

23.1. A	23.2. B	23.3. B	23.4. B	23.5. D	23.6. C	23.7. C	23.8. C
23.9. B	23.10. B	23.11. D	23.12. B	23.13. A	23.14. C	23.15. D	23.16. B
23.17. A	23.18. C						

DẠNG 24. CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN MẶT TRÒN XOAY

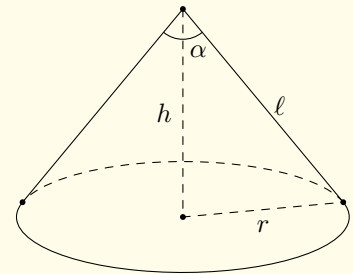
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khối nón

a) $S_{xq \text{ nón}} = \pi r \ell$.

b) $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi r \ell + \pi r^2$.

c) $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

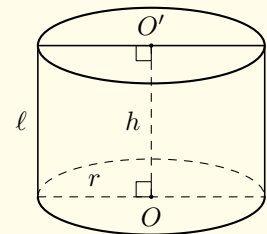


2. Khối trụ

a) $S_{xq} = 2\pi r h$.

b) $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.

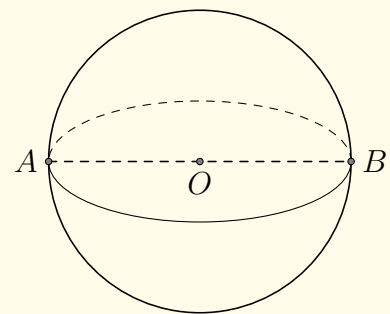
c) $V_{\text{trụ}} = S_{đáy} \cdot h = \pi r^2 h$.



3. Khối cầu

a) $S = 4\pi r^2$.

b) $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$.



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 24 (Đề tham khảo BGD - 2022). Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l .

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{xq} = 4\pi r l$.

(B) $S_{xq} = 2\pi r l$.

(C) $S_{xq} = 3\pi r l$.

(D) $S_{xq} = \pi r l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l$.

Chọn đáp án (B)

□

🕒 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 24.1. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) πaR^2 . (B) $2\pi aR^2$. (C) $\frac{1}{3}\pi aR^2$. (D) aR^2 .

Câu 24.2. Một hình trụ có chiều cao bằng 6 cm và diện tích đáy bằng 4 cm^2 . Thể tích của khối trụ bằng

- (A) 8 cm^3 . (B) 12 cm^3 . (C) 24 cm^3 . (D) 72 cm^3 .

Câu 24.3. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

- (A) $24\pi\text{ cm}^2$. (B) $22\pi\text{ cm}^2$. (C) $26\pi\text{ cm}^2$. (D) $20\pi\text{ cm}^2$.

Câu 24.4. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

- (A) $2\pi a^2(\sqrt{3} - 1)$. (B) $\pi a^2\sqrt{3}$. (C) $\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$. (D) $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$.

Câu 24.5. Cho hình trụ (T) có chiều cao là 5 và diện tích xung quanh là 30π . Thể tích khối trụ (T) bằng

- (A) 30π . (B) 75π . (C) 15π . (D) 45π .

Câu 24.6. Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ bằng

- (A) πa^2 . (B) $\frac{4}{3}\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $16\pi a^3$.

Câu 24.7. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- (A) $2\sqrt{2}a$. (B) $3a$. (C) $\frac{2a}{3}$. (D) $\frac{3a}{2}$.

Câu 24.8. Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Tính độ dài đường sinh của hình nón.

- (A) $a\sqrt{5}$. (B) a . (C) $2a$. (D) $3a$.

Câu 24.9. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) $18\pi a^3$. (B) $4\pi a^3$. (C) $8\pi a^3$. (D) $16\pi a^3$.

Câu 24.10. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ với $AB = 4a$ và $AC = 5a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- (A) $16\pi a^3$. (B) $12\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $8\pi a^3$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

24.1. A

24.2. C

24.3. A

24.4. D

24.5. D

24.6. C

24.7. B

24.8. A

24.9. D

24.10. B

DẠNG 25. TÍCH PHÂN SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

2. Tính chất cơ bản

$$\bullet \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \dots$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 25 (Đề minh họa BDG 2020-2021). Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- (A) 3. (B) 7. (C) -10. (D) -7.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 5 - 2 = 3$.

Chọn đáp án (A) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 25.1. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2021$ và $\int_4^3 f(x) dx = 2022$, khi đó $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

- (A) 4043. (B) 1. (C) -1. (D) 0.

Câu 25.2. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- (A) 2. (B) 6. (C) 8. (D) 4.

Câu 25.3. Nếu $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_9^0 g(x) dx = 16$ thì $\int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng
 (A) 26. (B) 58. (C) 143. (D) 122.

Câu 25.4. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = -2$ thì $\int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)] dx$ bằng
 (A) 18. (B) 5. (C) 11. (D) 3.

Câu 25.5. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$, đồng thời $f(2) = 2, f(3) = 5$. Khi đó giá trị của tích phân $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng
 (A) -3. (B) 7. (C) 10. (D) 3.

Câu 25.6. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, $f(-1) = 3$ và $\int_2^3 f'(x) dx = 10$. Giá trị của $f(3)$ bằng
 (A) -13. (B) -7. (C) 13. (D) 7.

Câu 25.7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 6$. Khi đó $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
 (A) 8. (B) 12. (C) 36. (D) 4.

Câu 25.8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng
 (A) $\frac{7}{2}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) 1. (D) 2.

Câu 25.9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, nếu $\int_a^d f(t) dt = 5$ và $\int_b^d f(u) du = 2$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng
 (A) 3. (B) 7. (C) 5. (D) 10.

Câu 25.10. Nếu $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$ thì $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
 (A) 8. (B) 9. (C) 6. (D) 7.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

25.1. C	25.2. B	25.3. A	25.4. C	25.5. D	25.6. C	25.7. A	25.8. A
25.9. A	25.10. C						

DẠNG 26. CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cấp số cộng

- Công sai: $u_{k+1} - u_k = d$.
- Tính chất số hạng: Giả sử a, b, c theo thứ tự là cấp số cộng khi đó $b = \frac{a+c}{2}$.
- Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$.
- Tổng n số hạng đầu: $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$.

2. Cấp số nhân

- Công bội: $\frac{u_{k+1}}{u_k} = q$.
- Tính chất số hạng: Giả sử a, b, c theo thứ tự là cấp số nhân khi đó $b^2 = ac$.
- Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.
- Tổng n số hạng đầu: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 26 (Đề tham khảo BGD - 2022). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- (A) 11. (B) 3. (C) $\frac{7}{4}$. (D) 28.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11$.

Chọn đáp án (A) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 26.1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- (A) 7. (B) 5. (C) 8. (D) 6.

Câu 26.2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- (A) $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. (B) $u_{10} = 25$. (C) $u_{10} = 28$. (D) $u_{10} = -29$.

Câu 26.3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- (A) 6. (B) 3. (C) 12. (D) -6.

Câu 26.4. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3$, $u_8 = 24$ thì u_{10} bằng

- (A) 26 . (B) 28 . (C) 30 . (D) 32.

Câu 26.5. Một cấp số cộng có 11 số hạng mà tổng của chúng là 176. Hiệu của số hạng cuối và đầu là 30 thì công sai d và u_1 bằng

- (A) $u_1 = -1$ và $d = 3$. (B) $u_1 = 1$ và $d = 3$.
 (C) $u_1 = -1$ và $d = 2$. (D) $u_1 = 1$ và $d = 2$.

Câu 26.6. Cho cấp số cộng (u_n) biết $S_6 = 18$ và $S_{10} = 110$ thì công sai d bằng

- (A) $d = 2$. (B) $d = 3$. (C) $d = 4$. (D) $d = -4$.

Câu 26.7. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$ thì u_{10} bằng

- (A) 19 . (B) -19 . (C) 18 . (D) -18.

Câu 26.8. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_4 = 10$ và $u_7 = 19$ thì u_1 và d bằng

- (A) $u_1 = 1$ và $d = 3$. (B) $u_1 = 1$ và $d = 2$. (C) $u_1 = 2$ và $d = 2$. (D) $u_1 = -2$ và $d = 2$.

Câu 26.9. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng

- (A) 1. (B) 3. (C) -2. (D) 2.

Câu 26.10. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

- (A) $u_1 = 3$ và $d = 4$. (B) $u_1 = 3$ và $d = 5$. (C) $u_1 = 4$ và $d = 5$. (D) $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Câu 26.11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

- (A) $d = \frac{11}{3}$. (B) $d = \frac{10}{3}$. (C) $d = \frac{3}{10}$. (D) $d = \frac{3}{11}$.

Câu 26.12. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_{99} bằng

- (A) 401. (B) 403. (C) 402. (D) 404.

Câu 26.13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- (A) $d = 3$. (B) $d = 2$. (C) $d = -2$. (D) $d = -3$.

Câu 26.14. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

- (A) 27. (B) 31. (C) 35. (D) 29.

Câu 26.15. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$. Tổng 16 số hạng đầu tiên bằng

- (A) 100. (B) 200. (C) 400. (D) 300.

Câu 26.16. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- (A) $q = 3$. (B) $q = 5$. (C) $q = \frac{3}{2}$. (D) $q = \frac{2}{3}$.

Câu 26.17. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- (A) $q = \frac{1}{2}$. (B) $q = -2$. (C) $q = 2$. (D) $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 26.18. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- (A) 24. (B) 48. (C) 18. (D) 54.

Câu 26.19. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) 3. (B) -4. (C) 4. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 26.20. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) $q = 21$. (B) $q = \pm 4$. (C) $q = 4$. (D) $q = 2\sqrt{2}$.

Câu 26.21. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- (A) $u_2 = -6$. (B) $u_2 = 6$. (C) $u_2 = 1$. (D) $u_2 = -18$.

Câu 26.22. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và $u_4 = 64$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

- (A) $q = 21$. (B) $q = \pm 4$. (C) $q = 4$. (D) $q = 2\sqrt{2}$.

Câu 26.23. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_3 = 27$. Công bội của cấp số nhân bằng

- (A) 3. (B) 9. (C) $\frac{1}{3}$. (D) 3 hoặc -3.

Câu 26.24. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

- (A) $q = 3$. (B) $q = -3$. (C) $q = 2$. (D) $q = -2$.

Câu 26.25. Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4$, $u_4 = 9$. Tìm u_1 .

- (A) $u_1 = -\frac{8}{3}$. (B) $u_1 = \frac{8}{3}$. (C) $u_1 = -6$. (D) $u_1 = 6$.

Câu 26.26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$.

- (A) $q = -3$. (B) $q = -\frac{1}{3}$. (C) $q = \frac{1}{3}$. (D) $q = 3$.

Câu 26.27. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

- (A) 4096. (B) 1024. (C) 2048. (D) $\frac{1}{512}$.

Câu 26.28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = 2$. Số 12288 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân đã cho?

- (A) 12. (B) 13. (C) 14. (D) 11.

Câu 26.29. Cho cấp số nhân (x_n) có $x_3 = 18$ và $x_7 = 1458$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân đó. Biết rằng $q < 0$.

- (A) $x_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$. (B) $x_n = (-3)^{n-1}$. (C) $x_n = (-2)^{n-1}$. (D) $x_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$.

Câu 26.30. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99}

- (A) 401. (B) 403. (C) 402. (D) 404.

Câu 26.31. Biết bốn số $5, x, 15, y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng

- (A) 50. (B) 70. (C) 30. (D) 80.

Câu 26.32. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$ và $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- (A) 600. (B) 60. (C) 250. (D) 500.

Câu 26.33. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Giá trị của n bằng

- (A) 9. (B) 11. (C) 12. (D) 10.

Câu 26.34. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 64$. Công bội của cấp số nhân bằng

- (A) 21. (B) ± 4 . (C) 4. (D) $2\sqrt{2}$.

Câu 26.35. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 bằng

- (A) -6 . (B) 6. (C) 1. (D) -18 .

Câu 26.36. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$.

- (A) $u_1 = 3$ và $q = 2$. (B) $u_1 = 9$ và $q = 2$. (C) $u_1 = 9$ và $q = -2$. (D) $u_1 = 3$ và $q = -2$.

Câu 26.37. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 765$. Giá trị của n bằng

- (A) 7. (B) 6. (C) 8. (D) 9.

D BẢNG ĐÁP ÁN

26.1. D	26.2. B	26.3. A	26.4. C	26.5. B	26.6. C	26.7. B	26.8. A
26.9. D	26.10. A	26.11. A	26.12. B	26.13. A	26.14. D	26.15. C	26.16. A
26.17. C	26.18. A	26.19. B	26.20. C	26.21. A	26.22. C	26.23. D	26.24. A
26.25. A	26.26. A	26.27. C	26.28. B	26.29. A	26.30. B	26.31. B	26.32. C
26.33. B	26.34. C	26.35. A	26.36. B	26.37. C			

DẠNG 27. NGUYÊN HÀM

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • $\int 0 dx = C;$ • $\int 1 dx = x + C;$ • $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);$ • $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C;$ • $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C;$ • $\int e^x dx = e^x + C;$ • $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1);$ | <ul style="list-style-type: none"> • $\int \cos x dx = \sin x + C;$ • $\int \sin x dx = -\cos x + C;$ • $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$ • $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$ • $\int \tan x dx = -\ln \cos x + C;$ • $\int \cot x dx = \ln \sin x + C;$ |
|---|---|

2. Nhận xét

Khi thay x bằng $(ax + b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

3. Một số công thức cần nhớ

- Bậc chẵn của sin và cosin \Rightarrow Hạ bậc: $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha; \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha.$
- $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C;$
- $\int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} \sqrt{(ax+b)^3} + C;$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 27 (Đề tham khảo BGD - 2022). Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- | | |
|---|---|
| <p>Ⓐ $\int f(x)dx = x - \cos x + C.$</p> <p>Ⓒ $\int f(x)dx = x + \cos x + C.$</p> | <p>Ⓑ $\int f(x)dx = x + \sin x + C.$</p> <p>Ⓓ $\int f(x)dx = \cos x + C.$</p> |
|---|---|

Lời giải.

Ta có $\int f(x)dx = x - \cos x + C.$

Chọn đáp án Ⓐ □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 27.1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- (A) $x^4 + x^2 + C$. (B) $3x^2 + 1 + C$. (C) $x^3 + x + C$. (D) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 27.2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là

- (A) $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x$. (B) $x^7 + \ln|x| + \frac{1}{x} - 2x + C$.
 (C) $x^7 + \ln x + \frac{1}{x} - 2x + C$. (D) $x^7 + \ln|x| - \frac{1}{x} - 2x + C$.

Câu 27.3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

- (A) $5^x + C$. (B) $5^x \cdot \ln 5 + C$. (C) $\frac{5^x}{\ln 5} + C$. (D) $\frac{5^{(x+1)}}{x+1} + C$.

Câu 27.4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{5x}$ là

- (A) $e^{5x} \ln 5$. (B) $\frac{1}{5}e^{5x} + C$. (C) $5e^{5x} + C$. (D) e^{5x} .

Câu 27.5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{4x-3}$ là

- (A) $2 \ln\left(2x - \frac{3}{2}\right) + C$. (B) $\frac{1}{2} \ln\left|2x - \frac{3}{2}\right| + C$.
 (C) $\frac{1}{2} \ln\left(2x - \frac{3}{2}\right) + C$. (D) $\frac{1}{4} \ln\left|2x - \frac{3}{2}\right| + C$.

Câu 27.6. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 4$.

- (A) $x^3 - x^2 + 5x - 3$. (B) $x^3 + x^2 + 5x - 3$. (C) $x^3 + x^2 - 5x + 3$. (D) $x^3 + x^2 + 5x + 3$.

Câu 27.7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)^8$ là

- (A) $\frac{(2x-1)^9}{9} + C$. (B) $\frac{(1-2x)^9}{18} + C$. (C) $\frac{(2x-1)^9}{18} + C$. (D) $\frac{(1-2x)^9}{9} + C$.

Câu 27.8. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x$ là

- (A) $\frac{84^x}{\ln 84} + C$. (B) $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$.
 (C) $84^x + C$. (D) $84^x \cdot \ln 84 + C$.

Câu 27.9. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$ là

- (A) $\frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. (B) $\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$.
 (C) $-\frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. (D) $\frac{1}{2}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$.

Câu 27.10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ là

- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C$. (B) $\sqrt{2x+1} + C$.
 (C) $2\sqrt{2x+1}$. (D) $\frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

27.1. D	27.2. D	27.3. C	27.4. B	27.5. B	27.6. B	27.7. C	27.8. A
27.9. B	27.10. A						

còn ít

DẠNG 28. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ DỰA VÀO BBT, ĐỒ THỊ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. **Điều kiện cần:** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt **cực đại** (hoặc cực tiểu) tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

2. **Điều kiện đủ:**

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực tiểu** tại điểm x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực đại** tại điểm x_0 .

3. **Định lí 3:** Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

- Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm **cực tiểu**.
- Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm **cực đại**.

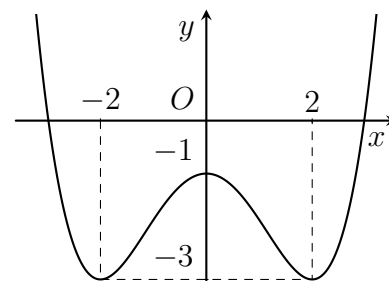
★ **Cần nhớ:** Điểm cực đại (cực tiểu) của **hàm số** là x_0 , **giá trị** cực đại (cực tiểu) của hàm số là $f(x_0)$ (hay y_{CD} hoặc y_{CT}). Điểm cực đại của **đồ thị** hàm số là $M(x_0; f(x_0))$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 28 (Đề tham khảo BGD - 2022).

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A 0.
 B -1.
 C -3.
 D 2.



Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1 .

Chọn đáp án B

□

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 28.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 3 ↘	-2	↗ $+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 (B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 28.2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	+	0	-
y	$+\infty$	↘ -3 ↗	0	↘ -3 ↗	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số có đúng hai điểm cực trị.
 (B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 và 1 .
 (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
 (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 28.3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	-3	↗ $+\infty$

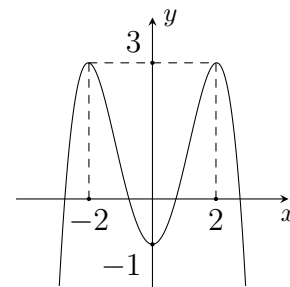
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
 (B) Hàm số có đúng một cực trị.
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 (D) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .

Câu 28.4.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số là

- (A) $x = \pm 2$. (B) $y_{CD} = -1$. (C) $y_{CD} = 3$. (D) $M(2; 3)$.

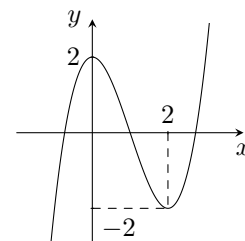


Câu 28.5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
 (B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 (D) Hàm số có ba điểm cực trị.



Câu 28.6. Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Giá trị $x_1 + 2x_2$ bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) -1 . (D) 0.

Câu 28.7. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ có tọa độ là

- (A) $(-1; 1)$. (B) $(2; 0)$. (C) $(1; 1)$. (D) $(0; 2)$.

Câu 28.8. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi

- (A) $m > 0$. (B) $m = 0$. (C) $m < 0$. (D) $m \neq 0$.

Câu 28.9. Cho hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận điểm $A(-1; 4)$ là điểm cực tiểu. Tổng $2a + b$ bằng

- (A) -1 . (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 28.10. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

- (A) $m = \frac{3}{2}$. (B) $m = \frac{1}{2}$. (C) $m = -2$. (D) $m = 1$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

28.1. A	28.2. D	28.3. C	28.4. C	28.5. B	28.6. B	28.7. D	28.8. B
28.9. C	28.10. A						

DẠNG 29. TÌM GTLN & GTNN CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tìm GTLN và GTNN trên đoạn $[a; b]$

- Tính y' , cho $y' = 0$ tìm nghiệm $x_i \in [a; b]$.
- Tính $y(a), y(b), y(x_i)$.
- Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có $M = \max_{[a;b]} y, m = \min_{[a;b]} y$.

2. Tìm GTLN và GTNN trên đoạn $(a; b)$

- Tính y' , cho $y' = 0$ tìm nghiệm x_i .
- Lập bảng biến thiên $\Rightarrow \max_{(a;b)} y, \min_{(a;b)} y$

3. Một số định lý và bất đẳng thức cơ bản

- Nếu $y = f(x)$ đồng biến trên $[a; b]$ thì $\begin{cases} \min_{[a;b]} y = f(a) \\ \max_{[a;b]} y = f(b) \end{cases}$

- Nếu $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ thì $\begin{cases} \min_{[a;b]} y = f(b) \\ \max_{[a;b]} y = f(a). \end{cases}$

- Chú ý BĐT Cô-si: Với $a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0$ có $x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$.
Dấu “=” $\Leftrightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

CÂU 29 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x = 5$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (nhận)} \\ x = -2 \text{ (loại)}. \end{cases}$

• $f(1) = 1 + \frac{4}{1} = 5$.

• $f(2) = 2 + \frac{4}{2} = 4$.

• $f(5) = 5 + \frac{4}{5} = \frac{29}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4 tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

(B) BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 29.1. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$ lần lượt là M và m . Tổng $M + n$ bằng

- (A) $-\frac{28}{3}$. (B) $-\frac{17}{3}$. (C) -5 . (D) 5 .

Câu 29.2. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{1-x}$ trên đoạn $[-1; 0]$ lần lượt là M và m . Tổng $M + n$ bằng

- (A) -2 . (B) 4 . (C) 3 . (D) 1 .

Câu 29.3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 5x}$ bằng

- (A) 0 . (B) $\frac{5}{2}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) 2 .

Câu 29.4. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- (A) $\min_{(0;+\infty)} y = 1$. (B) $\min_{(0;+\infty)} y = 2$. (C) $\min_{(0;+\infty)} y = 3$. (D) $\min_{(0;+\infty)} y = 4$.

Câu 29.5. Trên khoảng $(0; 1)$ hàm số $y = x^3 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

- (A) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. (B) $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 29.6. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1; 1]$. Khi đó, giá trị của m là

- (A) $m = -4$. (B) $m = \frac{2}{3}$. (C) $m = 4$. (D) $m = -\frac{2}{3}$.

Câu 29.7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) -5 . (C) $-\frac{7}{2}$. (D) -3 .

Câu 29.8. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- (A) 5 . (B) 17 . (C) -15 . (D) 15 .

Câu 29.9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 16$ trên $[1; 3]$ là

- (A) 25 . (B) 18 . (C) 15 . (D) 22 .

Câu 29.10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

- (A) 1 . (B) 3 . (C) -1 . (D) -2 .

Câu 29.11. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$ trên $[0; 3]$ là

- (A) $\frac{5}{3}$ và 1 . (B) $\frac{5}{2}$ và $\frac{11}{6}$. (C) $\frac{5}{2}$ và 1 . (D) $\frac{11}{6}$ và 1 .

Câu 29.12. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- (A) $\min_{[-1;1]} y = -2.$ (B) $\min_{[-1;1]} y = 4.$ (C) $\min_{[-1;1]} y = -1.$ (D) $\min_{[-1;1]} y = 0.$

Câu 29.13. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 4]$.

- (A) 2. (B) 20. (C) 18. (D) -2.

Câu 29.14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 5}$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

- (A) $\frac{5}{3}.$ (B) $-\frac{3}{4}.$ (C) $-\frac{1}{5}.$ (D) $\frac{5}{8}.$

Câu 29.15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- (A) $m = -2.$ (B) $m = 11.$ (C) $m = 0.$ (D) $m = 3.$

Câu 29.16. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 3]$.

- (A) $m = -11.$ (B) $m = -1.$ (C) $m = -10.$ (D) $m = -26.$

Câu 29.17. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- (A) 201. (B) 2. (C) 9. (D) 54.

Câu 29.18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

- (A) -259. (B) 68. (C) 0. (D) -4.

Câu 29.19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

- (A) -4. (B) -16. (C) 0. (D) 4.

Câu 29.20. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- (A) 25. (B) $\frac{51}{4}.$ (C) 13. (D) 85.

Câu 29.21. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Khi đó $M - m$ nhận kết quả nào sau đây?

- (A) $M - m = 1.$ (B) $M - m = 86.$ (C) $M - m = 76.$ (D) $M - m = 81.$

Câu 29.22. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị của $T = M + m$.

- (A) $T = -20.$ (B) $T = -22.$ (C) $T = -4.$ (D) $T = 2.$

Câu 29.23. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M - m$ bằng

- (A) -5. (B) 1. (C) 4. (D) 5.

Câu 29.24. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Tính $M \cdot m$.

- (A) -1640. (B) -984. (C) 1640. (D) 320.

Câu 29.25.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

x	-2	-1	0	2
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	3	↗ 4 ↘	3	↗ 11

- (A) $\min_{x \in [-2;2]} f(x) = -2; \max_{x \in [-2;2]} f(x) = -1$.
- (B) $\min_{x \in [-2;2]} f(x) = 3; \max_{x \in [-2;2]} f(x) = 4$.
- (C) $\min_{x \in [-2;2]} f(x) = -2; \max_{x \in [-2;2]} f(x) = 2$.
- (D) $\min_{x \in [-2;2]} f(x) = 3; \max_{x \in [-2;2]} f(x) = 11$.

Câu 29.26.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên. Giá trị nhỏ nhất của hàm $y = f(x)$ với $x \in (-\infty; 2]$ bằng

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	↘ 1 ↗	5	↘ $-\infty$	

- (A) 1.
- (B) 0.
- (C) 2.
- (D) 5.

Câu 29.27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	↘ 4 ↗	5	↘ $-\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y_{\text{CD}} = 5$.
- (B) $\min_{\mathbb{R}} y = 4$.
- (C) $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.
- (D) $y_{\text{CT}} = 0$.

Câu 29.28.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây sai?

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	-		+	0	-		+
$f(x)$	$+\infty$	↘ 0 ↗	2	↘ 0 ↗	$+\infty$		

- (A) Hàm số có ba điểm cực trị.
- (B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
- (C) Hàm số chỉ có một điểm cực trị.
- (D) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 29.29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	-3	↗ $+\infty$	

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.
- (B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- (C) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 29.30. Hàm số $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	0	1	0

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.
- (B) Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
- (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.
- (D) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

Câu 29.31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$	

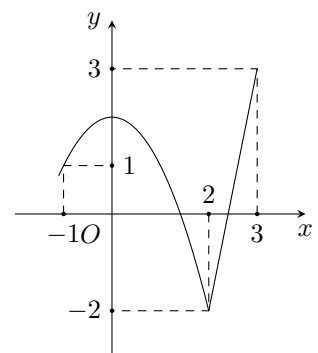
Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số có đúng 2 cực trị.
- (B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 hoặc 2 .
- (C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- (D) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 29.32.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 3]$. Giá trị $M - m$ bằng

- (A) 0.
- (B) 5.
- (C) 4.
- (D) 1.



Câu 29.33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 2]$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	2	
y'		$-$	0	$+$
y	4		3	5

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) $y_{CT} = 3.$
 (B) $y_{CD} = 5.$
 (C) $\min_{(-\infty; 2]} f(x) = 3.$
 (D) $\max_{(-\infty; 2]} f(x) = 5.$

Câu 29.34. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình.

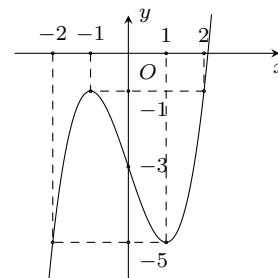
x	-1	0	2	3	
y'		$+$	$-$	0	$+$
y	0		5	1	4

Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- (A) $f(-1).$
 (B) $f(3).$
 (C) $f(0).$
 (D) $f(2).$

Câu 29.35.

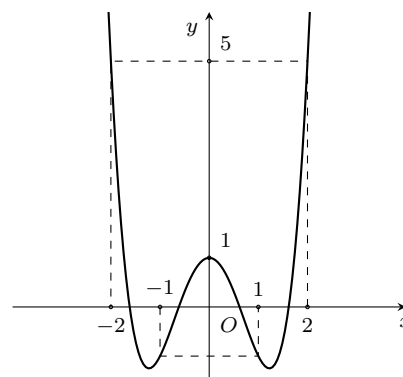
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- (A) $m = -1, M = 0.$
 (B) $m = -2, M = 2.$
 (C) $m = -5, M = -1.$
 (D) $m = -5, M = 0.$

Câu 29.36.

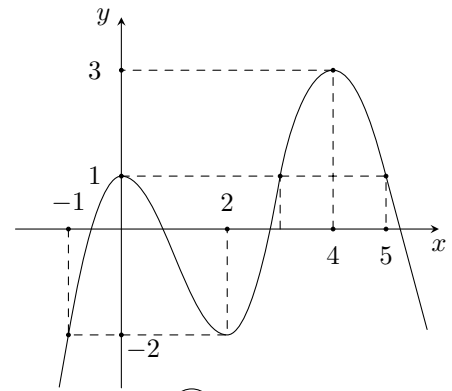
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$.



- (A) 0.
 (B) 1.
 (C) 2.
 (D) 5.

Câu 29.37.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 5]$. Tính $M - m$.



(A) 4.

(B) 5.

(C) 6.

(D) 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

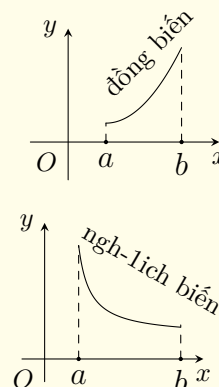
29.1. A	29.2. B	29.3. B	29.4. C	29.5. B	29.6. A	29.7. B	29.8. D
29.9. A	29.10. C	29.11. C	29.12. C	29.13. C	29.14. D	29.15. A	29.16. C
29.17. D	29.18. D	29.19. B	29.20. A	29.21. D	29.22. A	29.23. D	29.24. A
29.25. D	29.26. A	29.27. A	29.28. C	29.29. D	29.30. A	29.31. D	29.32. B
29.33. B	29.34. C	29.35. C	29.36. D	29.37. B			

DẠNG 30. XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí : Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 30 (Đề tham khảo BGD - 2022). Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A $y = -x^3 - x$.
 B $y = -x^4 - x^2$.
 C $y = -x^3 + x$.
 D $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Lời giải.

Ta thấy hàm số $y = -x^3 - x$ có

- Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- $y' = -3x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -x^3 - x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

Chọn đáp án **A** □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 30.1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A $(0; 1)$.
 B $(-\infty; 0)$.
 C $(1; +\infty)$.
 D $(-1; 0)$.

Câu 30.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		4		$-\infty$

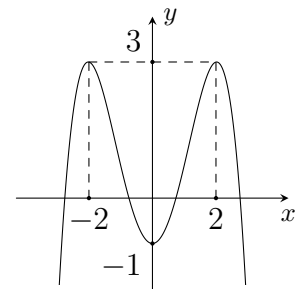
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- (A) $(-2; +\infty)$.
 (B) $(-2; 3)$.
 (C) $(3; +\infty)$.
 (D) $(-\infty; -2)$.

Câu 30.3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

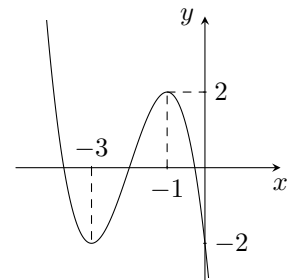
- (A) $(-1; 3)$.
 (B) $(-\infty; -2)$.
 (C) $(-\infty; 3)$.
 (D) $(-2; 2)$.



Câu 30.4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- (A) $(-\infty; -3)$.
 (B) $(-3; -1)$.
 (C) $(-2; 2)$.
 (D) $(-2; -1)$.



Câu 30.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 (B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 30.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 30.7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 30.8. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 30.9. Cho hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- (C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 30.10. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- (C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

30.1. A	30.2. B	30.3. B	30.4. B	30.5. D	30.6. C	30.7. C	30.8. C
30.9. B	30.10. B						

DẠNG 31. TÍNH GIÁ TRỊ LÔGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Công thức mũ

Cho a và b là các số thực dương; x và y là các số thực tùy ý khi đó ta có các công thức sau.

<ul style="list-style-type: none"> • $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $[u(x)]^0 = 1, \forall u(x) \neq 0$
<ul style="list-style-type: none"> • $a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $a^x \cdot b^x = (ab)^x$

2. Công thức lô-ga-rit

Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$ khi đó ta có các công thức sau.

<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b^n = n \log_a b$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \Rightarrow \log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
<ul style="list-style-type: none"> • $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\log_e b = \ln b$ và $\log_{10} b = \log b$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 31 (Đề tham khảo BGD - 2022). Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) $a = 4b^3$.
 (B) $a = 3b + 4$.
 (C) $a = 3b + 2$.
 (D) $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 2^2 \Leftrightarrow a = 4b^3$.

Chọn đáp án (A) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 31.1. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = b^2$.
 (B) $a^3 = b$.
 (C) $a = b$.
 (D) $a^2 = b$.

Câu 31.2. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a^4 = \log_4(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = b^7$. (B) $a^4 = b$. (C) $a = b$. (D) $a^7 = b$.

Câu 31.3. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a + 1 = \log_4(ab)^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $ab^2 = 2$. (B) $a^2b = 2$. (C) $a^2 = b$. (D) $a = b^2$.

Câu 31.4. Xét tất cả các số dương a, b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9 a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = b^2$. (B) $a^3 = b$. (C) $a = b$. (D) $a^2 = b$.

Câu 31.5. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{a}{b} = \log_{25} a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = b$. (B) $a^2 = \frac{1}{b}$. (C) $a = \frac{1}{b^2}$. (D) $a = \frac{1}{b}$.

Câu 31.6. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_4(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = b^2$. (B) $a^3 = b$. (C) $a = b$. (D) $a^2 = b$.

Câu 31.7. Xét tất cả các số dương a, b và $a \neq 1$ thỏa mãn $ab = 1$. Tính $\log_a a^2b$.

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 31.8. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $b = \left(\frac{4}{a}\right)^2$. (B) $a = \left(\frac{4}{b}\right)^2$. (C) $ab = 4$. (D) $ab = \frac{1}{4}$.

Câu 31.9. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $b^2 = 9a$. (B) $a^2 = 9b$. (C) $a^2 = b$. (D) $b^2 = a$.

Câu 31.10. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a^2 = \log_4(ab^2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $2a = b$. (B) $a^2 = b^3$. (C) $a^3 = b^2$. (D) $a = b$.

Câu 31.11. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

- (A) 5. (B) 2. (C) 32. (D) 4.

Câu 31.12. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_4 a + \log_2 b = -\frac{1}{2}$. Giá trị của a^2b^4 bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) 2. (D) -4.

Câu 31.13. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a + \log_2 b = \log_4(ab)$. Tính giá trị biểu thức ab .

- (A) $ab = 1$. (B) $ab = 2$. (C) $ab = 3$. (D) $ab = 4$.

Câu 31.14. Với các số thực $a, b > 0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P = 2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$ ta được

- (A) $P = \log_2(2ab^2)$. (B) $P = \log_2(ab)^2$. (C) $P = \log_2\left(\frac{a}{b}\right)^2$. (D) $P = \log_2\left(\frac{2a}{b^2}\right)$.

Câu 31.15. Cho a, b là các số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = \alpha$. Biểu thức $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$ là

- (A) $P = \frac{\alpha^2 - 12}{\alpha}$. (B) $P = \frac{\alpha^2 - 12}{2\alpha}$. (C) $P = \frac{4\alpha^2 - 1}{2\alpha}$. (D) $P = \frac{\alpha^2 - 2}{2\alpha}$.

Câu 31.16. Cho các số a, b dương thỏa mãn $a^3 b^5 = 32$. Tính $3 \log_2 a + 5 \log_2 b$.

- (A) 5. (B) 2. (C) 32. (D) 4.

Câu 31.17. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2\left(\frac{b-a}{d}\right)$ bằng

- (A) $\log_2 5$. (B) 3. (C) 2. (D) $\log_2 3$.

Câu 31.18. Cho $a > 0, b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- (A) 12. (B) 18. (C) 16. (D) 10.

Câu 31.19. Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của $\frac{a}{b}$ là

- (A) 2. (B) 2^{18} . (C) 8. (D) 2^9 .

Câu 31.20. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a + 2b = 2$. (B) $4a + 2b = 1$. (C) $4ab = 1$. (D) $2a + 4b = 1$.

Câu 31.21. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a + 2b = 1$. (B) $4a + 2b = 1$. (C) $4ab = 1$. (D) $2a + 4b = 1$.

Câu 31.22. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2\left(\frac{2^a}{8^b}\right) = \log_4 \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a - 3b = 2$. (B) $4a + 2b = -1$. (C) $2ab - 6b = 1$. (D) $2a - 6b = -1$.

Câu 31.23. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3 \frac{1}{9} = \log_9(3^a \cdot 81^b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a + 4b = 2$. (B) $a + 4b = -4$. (C) $4ab = 1$. (D) $2a + 4b = 1$.

Câu 31.24. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\ln\left(\frac{5^a}{25^b}\right) = \ln \frac{1}{5}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a - 2b = -1$. (B) $4a + 2b = 1$. (C) $a - 2b = \frac{1}{5}$. (D) $2a + 4b = 1$.

Câu 31.25. Xét các số thực a và b thỏa mãn $5^{\log_5 a + \log_{\sqrt{5}} b} = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a^2 b = 2$. (B) $4a + 2b = 1$. (C) $ab^2 = 3$. (D) $ab^2 = 5$.

Câu 31.26. Xét các số thực a và b thỏa mãn $25^{\log_5 a + \log_{\frac{1}{5}} b} = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = 2b$. (B) $4ab = 1$. (C) $a^2 = 4b^2$. (D) $2a^2 = b^2$.

Câu 31.27. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 27^b) = \log_{\sqrt{3}} (27^a \cdot 3^b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = 5b$. (B) $b = 5a$. (C) $4a = b$. (D) $b = 4a$.

Câu 31.28. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_5 (5^a \cdot 25^b) = 5^{\log_5 a + \log_5 b + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a + 2b = 2ab$. (B) $a + 2b = ab$. (C) $2ab = 1$. (D) $a + 2b = 5ab$.

Câu 31.29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_4 (2^a \cdot 8^b) = 10^{\log a - \log b}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $ab + b^2 = 2a$. (B) $ab + 3b = 2a$. (C) $ab + 3b^2 = 2a$. (D) $ab + 3b^2 = a$.

Câu 31.30. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2 (5^a \cdot 125^b) = \frac{2}{\log_{25} 2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a + 3b = 4$. (B) $4a + 2b = 1$. (C) $4ab = 1$. (D) $2a + 4b = 1$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

31.1. D	31.2. D	31.3. A	31.4. C	31.5. D	31.6. C	31.7. D	31.8. B
31.9. B	31.10. C	31.11. A	31.12. B	31.13. A	31.14. B	31.15. B	31.16. A
31.17. C	31.18. B	31.19. C	31.20. D	31.21. A	31.22. D	31.23. B	31.24. A
31.25. C	31.26. D	31.27. B	31.28. D	31.29. C	31.30. A		

DẠNG 32. TÍCH PHÂN HÀM ẨN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

B KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \left| F(x) = F(b) - F(a) \right.$$

2. Tính chất cơ bản

$$\bullet \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \dots$$

C BÀI TẬP MẪU

CÂU 32 (Đề tham khảo BGD - 2022). Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx$ bằng

- (A) 20. (B) 10. (C) 18. (D) 12.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + (3^2 - 1^2) = 10.$

Chọn đáp án (B) □

D BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 32.1. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Câu 32.2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^2 [f(x) + 3x^2] dx = 10$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- (A) -2. (B) 2. (C) 18. (D) -18.

Câu 32.3. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Khi đó $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- (A) 7. (B) 6. (C) 8. (D) 9.

Câu 32.4. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

- (A) 20. (B) 22. (C) 26. (D) 28.

Câu 32.5. Nếu $\int_0^1 [xf'(x) - 2x] dx = f(1)$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- (A) -2. (B) 2. (C) -1. (D) 1.

Câu 32.6. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int f(x) dx = x^2 + x + C$ và $\int g(x) dx = x^4 + x^3 + C$. Khi đó $\int_0^1 [f(x)g(x)] dx$ bằng

- (A) $\frac{51}{10}$. (B) $\frac{71}{105}$. (C) 4. (D) $\frac{77}{60}$.

Câu 32.7. Nếu $\int_1^2 xf(x^2 + 1) dx = 2$ thì $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) -1.

Câu 32.8. Nếu $\int_1^2 f(3x - 1) dx = 20$ thì $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- (A) 20. (B) 40. (C) 10. (D) 60.

Câu 32.9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int f(-2x) dx = x^2 + 3x + C$.

Khi đó $\int_0^3 f(x) \sqrt{x+1} dx$ bằng

- (A) $\frac{94}{15}$. (B) $\frac{442}{15}$. (C) $-\frac{22}{15}$. (D) $\frac{326}{15}$.

Câu 32.10. Biết hàm số $F(x) = \sqrt{2x-1} + x + 2021$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} và tích phân $\int_1^2 f(2x+1) dx = \frac{a}{b} - \frac{\sqrt{5}}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a^2b - b$ bằng

- (A) 8. (B) -8. (C) 48. (D) -48.

Câu 32.11. Nếu $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa $f(1) = 1, f(2) = 4$ thì $\int_1^2 \left(\frac{f'(x) + 2}{x} - \frac{f(x) + 1}{x^2} \right) dx$ bằng

- (A) $1 + \ln 4$. (B) $4 - \ln 2$. (C) $\frac{1}{2} + \ln 4$. (D) $\ln 2 - \frac{1}{2}$.

Câu 32.12. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x}{x + f^2(x)}$. Biết $\int_3^4 g(x) dx = 1$ và $4g(4) - 3g(3) = 4$. Khi đó $\int_3^4 \frac{x^2}{x + f^2(x)} dx$ bằng

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 32.13. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_0^1 x^2 f''(x) dx = 12$ và $2f(1) - f'(1) = -2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

(A) 6. (B) 5. (C) 7. (D) 8.

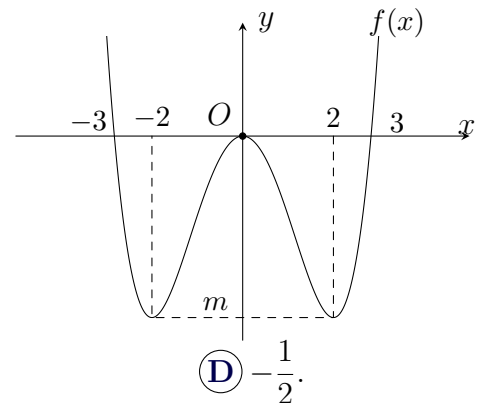
Câu 32.14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2ax & \text{khi } x \leq 0 \\ 3x^2 + 2bx & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ (với a, b là các tham số thực) thỏa $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = [f(-1)]^2 + [f(1)]^2$ bằng

(A) 5. (B) $\frac{25}{4}$. (C) 2. (D) $\frac{25}{2}$.

Câu 32.15. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2 + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm trên \mathbb{R} (với a, b là các tham số thực). Khi đó $\int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{19}{3}$. (C) $\frac{26}{3}$. (D) $\frac{25}{3}$.

Câu 32.16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $\int_{-3}^3 |f'(x)| dx = 2$. Giá trị của m bằng



(A) $-\frac{3}{4}$. (B) -5. (C) -3. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 32.17. Cho $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} thỏa $f(x) = x^2 - 3x + 2 \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

(A) $\frac{10}{3}$. (B) $-\frac{10}{3}$. (C) $\frac{26}{15}$. (D) $-\frac{26}{15}$.

Câu 32.18. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ thỏa mãn $\int_{-2}^0 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) 1. (D) -1.

Câu 32.19. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên \mathbb{R} thỏa $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 32.20. Xét tích phân $\int_{-1}^1 \frac{f(x)}{1+2^x} dx = 4$ với $f(x)$ là hàm số chẵn trên $[-1; 1]$, khi đó $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

- (A) 2. (B) 16. (C) 4. (D) 8.

E BẢNG ĐÁP ÁN

32.1. A	32.2. B	32.3. B	32.4. D	32.5. C	32.6. A	32.7. C	32.8. D
32.9. A	32.10. C	32.11. C	32.12. C	32.13. B	32.14. D	32.15. C	32.16. D
32.17. D	32.18. B	32.19. A	32.20. D				

DẠNG 34. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẺ

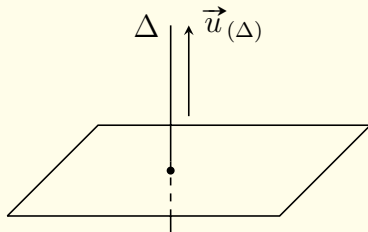
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{u} = (a; b; c)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, \text{ tham số } t \in \mathbb{R}.$$

- Mặt phẳng (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A, B, C)$.

- Cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_{(\Delta)}$:



Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\vec{u}_{(\Delta)}$ làm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{(\Delta)}$.

- Nếu có hai véc-tơ $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ không cùng phương và có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P) thì (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 33 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $2x - 5y + 3z - 38 = 0$.

(B) $2x + 4y - z + 19 = 0$.

(C) $2x + 4y - z - 19 = 0$.

(D) $2x + 4y - z + 11 = 0$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (2; 4; -1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(2; -5; 3)$ nhận \vec{a} làm véc-tơ pháp tuyến là

$$2(x - 2) + 4(y + 5) - (z - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z + 19 = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 33.1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$ có phương trình là

- (A) $2x + 2y + z + 3 = 0.$ (B) $x - 2y - z = 0.$
 (C) $2x + 2y + z - 3 = 0.$ (D) $x - 2y - z - 2 = 0.$

Câu 33.2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-3; 4; 1)$ và vuông góc với đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$ có phương trình là

- (A) $2x - 2y - z + 15 = 0.$ (B) $2x - z + 7 = 0.$
 (C) $2x - z - 7 = 0.$ (D) $2x - 2y - z - 15 = 0.$

Câu 33.3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 3; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$?

- (A) $3x - 2y + z - 2 = 0.$ (B) $3x - 2y + z + 2 = 0.$
 (C) $3x + 2y - z + 10 = 0.$ (D) $3x + 2y - z - 10 = 0.$

Câu 33.4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 5)$, $B(1; -2; 3)$, $C(0; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình

- (A) $x + 4y + 2z + 3 = 0.$ (B) $x + 4y + 2z - 3 = 0.$
 (C) $x - 4y + 2z - 11 = 0.$ (D) $x - 4y + 2z + 11 = 0.$

Câu 33.5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ có dạng là

- (A) $x + y + 2z - 5 = 0.$ (B) $x - y + 2z - 6 = 0.$
 (C) $x - y + 2z + 9 = 0.$ (D) $x - y + 2z - 9 = 0.$

Câu 33.6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

- (A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}.$ (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{-2} = \frac{z+1}{1}.$
 (C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}.$ (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-3}.$

Câu 33.7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z + 3 = 0$ có phương trình là

- (A) $2x + 2y + z + 3 = 0.$ (B) $x - 2y + z = 0.$
 (C) $2x + 2y + z - 5 = 0.$ (D) $x + 2y - z - 2 = 0.$

Câu 33.8. Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) qua điểm nào sau đây?

- A $E(1; 1; 1)$.
 B $F(2; 1; -1)$.
 C $P(0; 0; 3)$.
 D $Q(1; 1; 3)$.

Câu 33.9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 4; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

- A $(\alpha): -x + 3y + z + 4 = 0$.
 B $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0$.
 C $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0$.
 D $(\alpha): -x + 3y + z - 4 = 0$.

Câu 33.10. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 12 = 0$. Mặt phẳng đi qua $M(-1; 0; 2)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là

- A $(P): x + y + z - 3 = 0$.
 B $(P): -x + y + z - 3 = 0$.
 C $(P): x - y + z - 3 = 0$.
 D $(P): x + y - z - 3 = 0$.

Câu 33.11. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -5; 2)$, $B(3; -1; -2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
 B $x + 2y - 2z - 4 = 0$.
 C $x + 2y + 2z + 4 = 0$.
 D $x + 2y + 2z - 8 = 0$.

Câu 33.12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với giao tuyến của $(P): x - y - 3z + 5 = 0$ và $(Q): 2x + y + 5z - 8 = 0$ có phương trình là

- A $2x + 11y + 3z - 2 = 0$.
 B $2x + 11y - 3z - 8 = 0$.
 C $2x + 11y + 3z + 2 = 0$.
 D $2x + 11y - 3z + 8 = 0$.

Câu 33.13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(1; 0; 4)$ và $C(0; -2; -1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

- A $2x + y + 2z - 5 = 0$.
 B $x + 2y + 5z + 5 = 0$.
 C $x - 2y + 3z - 7 = 0$.
 D $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

Câu 33.14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

- A $2x - 3y + 6z - 6 = 0$.
 B $3x - 6y - 2z + 6 = 0$.
 C $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.
 D $2x + 6y - 3z - 6 = 0$.

Câu 33.15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(2; 3; 0)$ có phương trình là

- A $x + y - z + 1 = 0$.
 B $x - y - z + 1 = 0$.
 C $x + y + z - 3 = 0$.
 D $x + y - 2z - 3 = 0$.

Câu 33.16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(-1; 2; 3)$, $P(3; 0; 2)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác MNP và vuông góc với mặt phẳng (MNP) có phương trình là

$$\textcircled{A} d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 \end{cases} \quad \textcircled{B} d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \textcircled{D} d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 33.17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(1; -2; 2)$ và song song với trục tung có phương trình là

$$\textcircled{A} \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \textcircled{B} \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases} \quad \textcircled{C} \Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases} \quad \textcircled{D} \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 33.18. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 3; 2)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

$$\textcircled{A} x + 2y + z - 9 = 0. \quad \textcircled{B} x + 2y + z - 3 = 0. \\ \textcircled{C} x + 4y + 3z - 7 = 0. \quad \textcircled{D} y + z - 2 = 0.$$

Câu 33.19. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 0; -3)$ và $B(3; 2; 1)$. Viết phương trình của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

$$\textcircled{A} x + y + 2z - 1 = 0. \quad \textcircled{B} 2x + y - z + 1 = 0. \\ \textcircled{C} x + y + 2z + 1 = 0. \quad \textcircled{D} 2x + y - z - 1 = 0.$$

Câu 33.20. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

$$\textcircled{A} -2x - y + 9z - 36 = 0. \quad \textcircled{B} 2x - y - z = 0. \\ \textcircled{C} 6x + 9y + z + 8 = 0. \quad \textcircled{D} 6x + 9y - z - 8 = 0.$$

Câu 33.21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình là

$$\textcircled{A} x + y = 0. \quad \textcircled{B} x + 2y = 0. \quad \textcircled{C} x - y = 0. \quad \textcircled{D} x + y - 1 = 0.$$

Câu 33.22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

$$\textcircled{A} -x + 2y - 1 = 0. \quad \textcircled{B} x - y + z = 0. \quad \textcircled{C} x - 2y - 1 = 0. \quad \textcircled{D} x + 2y + z = 0.$$

Câu 33.23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với trục Ox có phương trình là

$$\textcircled{A} y - z + 2 = 0. \quad \textcircled{B} x - 2y + 1 = 0. \quad \textcircled{C} x - 2z + 5 = 0. \quad \textcircled{D} y + z - 1 = 0.$$

Câu 33.24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

$$\textcircled{A} y - 2z + 2 = 0. \quad \textcircled{B} x + 2z - 3 = 0. \quad \textcircled{C} 2y - z + 1 = 0. \quad \textcircled{D} x + y - z = 0.$$

Câu 33.25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 là

- (A) $x + 5y + 8z - 16 = 0$. (B) $x + 5y + 8z + 16 = 0$.
 (C) $x + 4y + 6z - 12 = 0$. (D) $2x + y - 6 = 0$.

Câu 33.26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm $M(1; 2; 1)$ có phương trình là

- (A) $y - 2z = 0$. (B) $2x - y = 0$. (C) $x - z = 0$. (D) $x - 2y = 0$.

Câu 33.27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A và d là

- (A) $x + 2y + z + 1 = 0$. (B) $x + y + z = 0$.
 (C) $x + y = 0$. (D) $y + z = 0$.

Câu 33.28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Mặt phẳng song song và cách đều d_1 và d_2 có phương trình là

- (A) $x + 5y - 2z + 12 = 0$. (B) $x + 5y + 2z - 12 = 0$.
 (C) $x - 5y + 2z - 12 = 0$. (D) $x + 5y + 2z + 12 = 0$.

Câu 33.29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

- (A) $S = \frac{1}{3}$. (B) $S = 1$.
 (C) $S = 4$. (D) $S = \frac{8}{34}$ hay $S = -4$.

Câu 33.30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

- (A) $3x - y - z + 7 = 0$.
 (B) $3x - y - z - 15 = 0$.
 (C) $3x - y - z - 7 = 0$.
 (D) $3x - y - z + 7 = 0$ hoặc $3x - y - z - 15 = 0$.

Câu 33.31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2; 5; 3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

- (A) $x - 4y - z + 1 = 0$. (B) $x + 4y - z + 1 = 0$.

(C) $x - 4y + z - 3 = 0.$

(D) $x + 4y + z - 3 = 0.$

Câu 33.32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d và khoảng cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc mặt phẳng nào sau đây?

(A) $x - y - 6 = 0.$

(B) $x + 3y + 2z + 10 = 0.$

(C) $x - 2y - 3z - 1 = 0.$

(D) $3x + z + 2 = 0.$

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

33.1. C	33.2. B	33.3. B	33.4. C	33.5. D	33.6. B	33.7. C	33.8. C
33.9. D	33.10. B	33.11. A	33.12. D	33.13. D	33.14. C	33.15. B	33.16. A
33.17. C	33.18. B	33.19. A	33.20. C	33.21. A	33.22. C	33.23. A	33.24. A
33.25. A	33.26. B	33.27. B	33.28. B	33.29. D	33.30. A	33.31. C	33.32. D

DẠNG 35. SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi a là phần thực và b là phần ảo của số phức z .

2. Số phức liên hợp

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Ta gọi $\bar{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của z .

3. Biểu diễn số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức z .

4. Mô-đun số phức

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$.
- Mô-đun của số phức z là $|z| = |\overrightarrow{OM}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Hai số phức bằng nhau

- Hai số phức là **bằng nhau** nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.
- Số phức là thuần ảo \Rightarrow phần thực bằng 0 và số thực \Rightarrow phần ảo bằng 0.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 34 (ĐỀ tham khảo BGD - 2022). Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 5 + 2i$. Phần ảo của z bằng

(A) 5.

(B) 2.

(C) -5.

(D) -2.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = \frac{5 + 2i}{i} = 2 - 5i$.

Suy ra $z = 2 + 5i$, do đó phần ảo của z là 5.

Chọn đáp án (A)

□

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

- Câu 34.1.** Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 2 + i$. Tìm phần ảo của số phức z .
 (A) $\frac{1}{2}i$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $-\frac{1}{2}i$.
- Câu 34.2.** Tìm phần ảo của số phức z biết $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$.
 (A) 1. (B) -2. (C) -1. (D) 2.
- Câu 34.3.** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + z$.
 (A) Phần ảo là 1. (B) Phần ảo là -3. (C) Phần ảo là -2. (D) Phần ảo là -1.
- Câu 34.4.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 4i$. Tìm phần ảo của số phức $z^2 - i|z|$.
 (A) -7. (B) -29. (C) -27. (D) 19.
- Câu 34.5.** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của $w = (2 - i)\bar{z}$
 (A) -1. (B) 5. (C) 1. (D) i .
- Câu 34.6.** Cho hai số phức $z = 1 + 3i$ và $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.
 (A) -7. (B) $5i$. (C) 5. (D) $-7i$.
- Câu 34.7.** Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức z .
 (A) 3. (B) -3. (C) $3i$. (D) 2.
- Câu 34.8.** Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2 - i)^3(1 - i)$.
 (A) -9. (B) 13. (C) -13. (D) 9.
- Câu 34.9.** Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2 - i)^3(1 - i)$.
 (A) -9. (B) 9. (C) 13. (D) -13.
- Câu 34.10.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$
 (A) -1. (B) $-i$. (C) 2. (D) $-2i$.
- Câu 34.11.** Biết rằng số phức z có mô-đun bằng 3 và phần ảo bằng -3. Tìm phần thực của số phức z .
 (A) 3. (B) 6. (C) 0. (D) $\sqrt{3}$.
- Câu 34.12.** Cho số phức $z = -1 - 4i$. Tìm phần thực của số phức \bar{z} .
 (A) -4. (B) -1. (C) 1. (D) 4.
- Câu 34.13.** Câu 31 Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5 - i)z = 7 - 17i$
 (A) -3. (B) 2. (C) -2. (D) 3.

Câu 34.14. Cho số phức z thỏa mãn $2(z-1)(2-i) = (3+i)(\bar{z}+2i)$. Tìm phần thực của số phức z^9 .

- (A) -1 . (B) 1 . (C) -16 . (D) 16 .

Câu 34.15. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

- (A) 9 . (B) 12 . (C) 5 . (D) 13 .

Câu 34.16. Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn $(5-i)z = 7 - 17i$.

- (A) -3 . (B) 2 . (C) -2 . (D) 3 .

Câu 34.17. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực của số phức z^2 .

- (A) 9 . (B) 12 . (C) 5 . (D) 13 .

Câu 34.18. Tìm phần thực của số phức $z_1^2 + z_2^2$, biết z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$.

- (A) 4 . (B) 6 . (C) 8 . (D) 5 .

Câu 34.19. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 7 = 0$. Biết $z_1 - z_2$ có phần ảo là số thực âm. Tìm phần thực của số phức $w = 2z_1^2 - z_2^2$.

- (A) $6\sqrt{6}$. (B) $-6\sqrt{6}$. (C) 5 . (D) -5 .

Câu 34.20. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = |\bar{z} + 1 - 4i|$. Tìm phần thực của số phức có mô-đun nhỏ nhất.

- (A) -1 . (B) -2 . (C) 4 . (D) 3 .

Câu 34.21. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = -i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z_1 z_2$.

- (A) Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3 . (B) Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng -3 .
(C) Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $3i$. (D) Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-3i$.

Câu 34.22. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} , biết $z = -i(4i + 3)$.

- (A) Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng 3 . (B) Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng -3 .
(C) Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng $3i$. (D) Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng $-3i$.

Câu 34.23. Cho số phức $z = -i(3i + 4)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực 3 và phần ảo $4i$. (B) Phần thực 3 và phần ảo 4 .
(C) Phần thực 3 và phần ảo -4 . (D) Phần thực 3 và phần ảo $4i$.

Câu 34.24 (Sở GDĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 2). Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = -i(4i + 3)$

- (A) Phần thực là 4 và phần ảo là -3 . (B) Phần thực là 4 và phần ảo là 3 .
(C) Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$. (D) Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Câu 34.25. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 . (B) Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 .
 (C) Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 . (D) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Câu 34.26. Cho số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$). Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^2 .

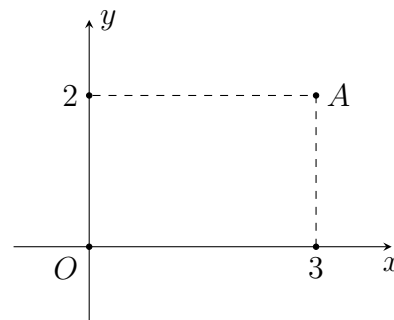
- (A) Phần thực bằng $a^2 + b^2$ và phần ảo bằng $2a^2b^2$.
 (B) Phần thực bằng $a^2 - b^2$ và phần ảo bằng $2ab$.
 (C) Phần thực bằng $a + b$ và phần ảo bằng a^2b^2 .
 (D) Phần thực bằng $a - b$ và phần ảo bằng ab .

Câu 34.27. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A) Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 . (B) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 .
 (C) Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 . (D) Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Câu 34.28.

Điểm A trong hình vẽ biểu diễn cho số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- (A) Phần thực là 3 , phần ảo là $-2i$.
 (B) Phần thực là 3 , phần ảo là 2 .
 (C) Phần thực là 3 , phần ảo là -2 .
 (D) Phần thực là 3 , phần ảo là $2i$.

Câu 34.29. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = (4 - 3i) + (1 - i)$.

- (A) Số phức z có phần thực là 1 và có phần ảo là -7 .
 (B) Số phức z có phần thực là 3 và có phần ảo là -2 .
 (C) Số phức z có phần thực là 5 và có phần ảo là -4 .
 (D) Số phức z có phần thực là 5 và có phần ảo là $4i$.

Câu 34.30. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $-2 \cdot \bar{z}$.

- (A) Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng $-4i$. (B) Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng -4 .
 (C) Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng $4i$. (D) Phần thực bằng -6 và phần ảo bằng 4 .

D BẢNG ĐÁP ÁN

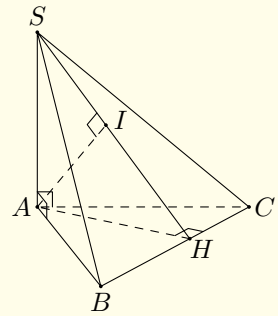
34.1. C	34.2. C	34.3. B	34.4. B	34.5. A	34.6. A	34.7. A	34.8. B
34.9. C	34.10. A	34.11. C	34.12. B	34.13. B	34.14. D	34.15. C	34.16. B
34.17. C	34.18. B	34.19. D	34.20. A	34.21. B	34.22. A	34.23. C	34.24. B
34.25. C	34.26. B	34.27. A	34.28. B	34.29. C	34.30. D		

DẠNG 36. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bài toán 1

Cho tứ diện $SABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ điểm chân đường cao A đến mặt (SBC) .



- Tìm giao tuyến của mặt bên và mặt đáy $(SBC) \cap (ABC) = BC$.

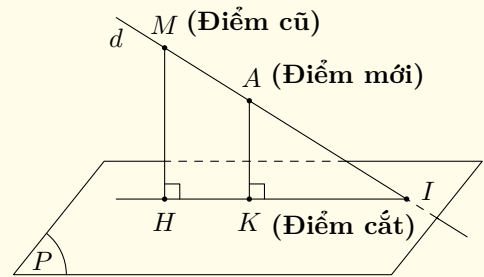
- Dụng hình $\begin{cases} AH \perp BC \\ AI \perp SH \end{cases} \Rightarrow AI \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A, (SBC)) = AI$.

2. Bài toán 2

Tính khoảng cách từ điểm M (không phải là chân đường cao) đến mặt phẳng (P) .

- Có d qua M và $d \cap (P) = I$. Dụng $MH \perp (P)$.
- Suy ra $d(M, (P)) = MH$ (khó tìm).



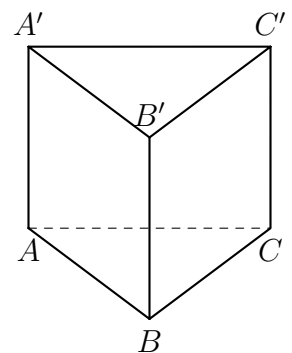
Do đó $d(M, (P)) = \frac{IM}{IA} \cdot d(A, (P))$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 35 (Đề tham khảo BGD - 2022).

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

- A $2\sqrt{2}$.
 B 2.
 C $\sqrt{2}$.
 D 4.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CB \perp (ABB'A')$.

Suy ra $d(C, (ABB'A')) = CB$.

Mà $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $CB = AB = 4$.

Vậy $d(C, (ABB'A')) = CB = 4$.

Chọn đáp án **D**

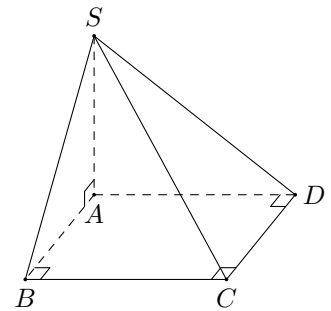
□

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 35.1.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

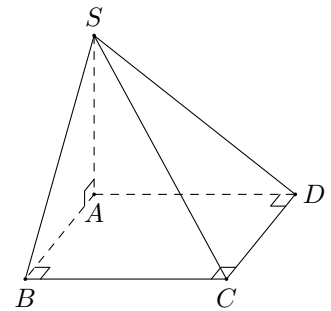
- A** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **B** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C** $\frac{a}{2\sqrt{3}}$. **D** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.



Câu 35.2.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng

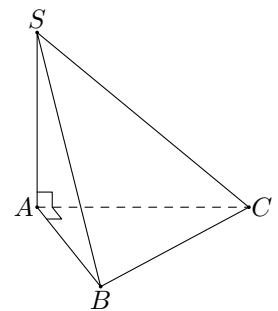
- A** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **B** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C** $\frac{a}{2}$. **D** $\frac{a\sqrt{42}}{7}$.



Câu 35.3.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông ở A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

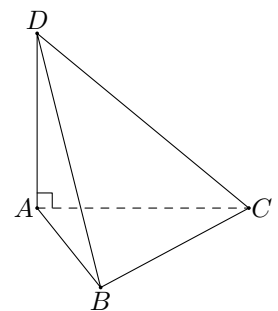
- A** $\frac{12a\sqrt{61}}{61}$. **B** $2a$. **C** $\frac{a\sqrt{43}}{12}$. **D** $\frac{6a\sqrt{29}}{29}$.



Câu 35.4.

Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AC = AD = 4$, $AB = 3$, $BC = 5$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) bằng

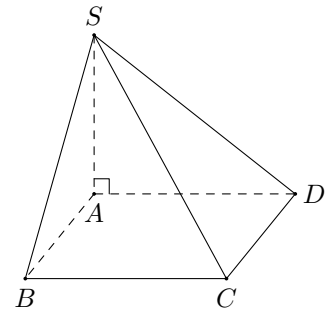
- A** $\frac{12}{\sqrt{34}}$. **B** $\frac{60}{\sqrt{769}}$. **C** $\frac{\sqrt{769}}{60}$. **D** $\frac{\sqrt{34}}{12}$.



Câu 35.5.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

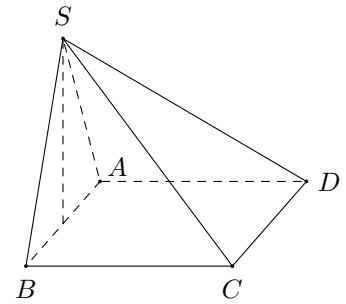
- (A) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (B) $2a$. (C) $\frac{3a}{4}$. (D) a .



Câu 35.6.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng

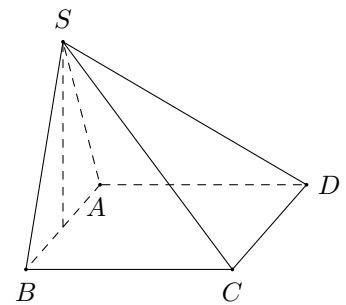
- (A) 1. (B) $\frac{\sqrt{21}}{3}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\frac{\sqrt{21}}{7}$.



Câu 35.7.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBC) bằng

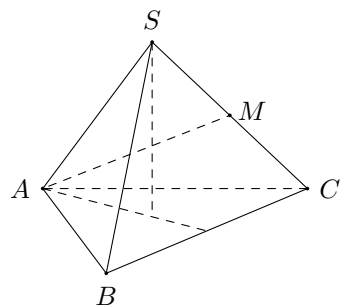
- (A) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{2}a}{9}$. (D) $\frac{1\sqrt{21}}{21}$.



Câu 35.8.

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = 2a$ và $AB = 3a$. Gọi M là trung điểm SC (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAB) bằng

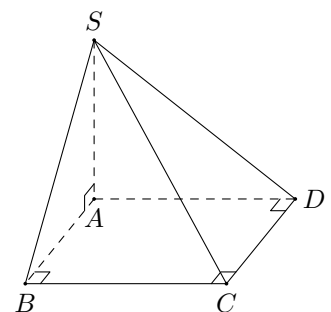
- (A) $\frac{3\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\frac{3\sqrt{3}a}{2}$. (C) $\frac{3\sqrt{3}a}{4}$. (D) $\frac{3\sqrt{21}a}{7}$.



Câu 35.9.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

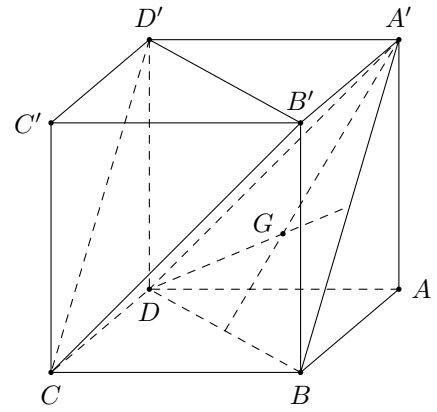
- (A) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.



Câu 35.10.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác $A'BD$ đến mặt phẳng $(CB'D')$ bằng

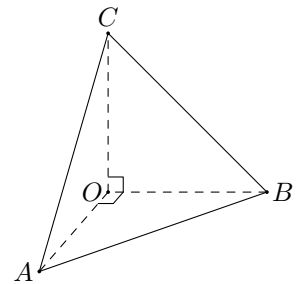
- A $\frac{2a}{81}$.
 B $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
 C $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$.
 D $\frac{a\sqrt{6}}{18}$.



Câu 35.11.

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

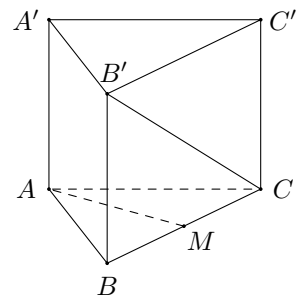
- A $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 B $\frac{a}{2}$.
 C $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 D $\frac{3a}{2}$.



Câu 35.12.

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ là

- A $a\sqrt{2}$.
 B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C $\frac{1}{2}a$.
 D $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

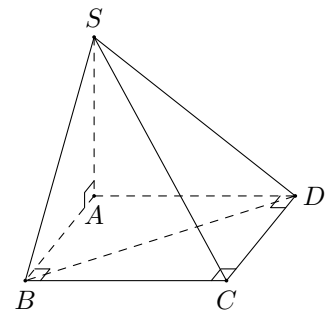


Câu 35.13.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ (tham khảo hình bên).

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

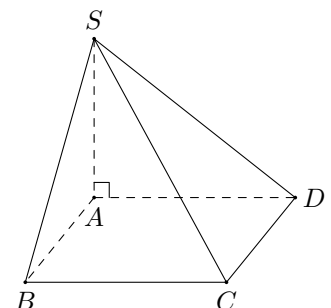
- A $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.
 B $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 C $\frac{a}{2}$.
 D $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.



Câu 35.14.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

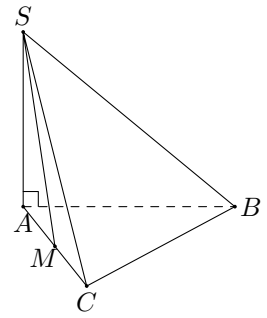
- A $a\sqrt{2}$.
 B $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
 D $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.



Câu 35.15.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

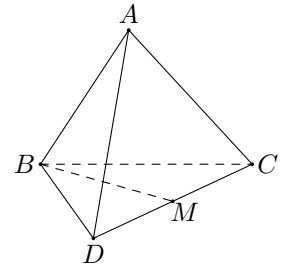
- (A) $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. (B) $\frac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$. (C) $\frac{5a}{2}$. (D) $5a\sqrt{3}$.



Câu 35.16.

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CD (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM bằng

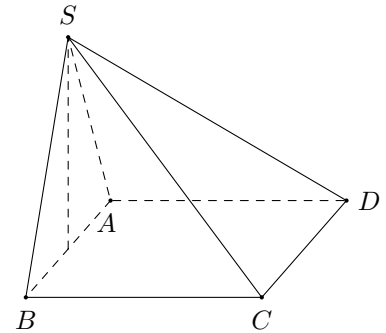
- (A) $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{5a}{2}$.



Câu 35.17.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng

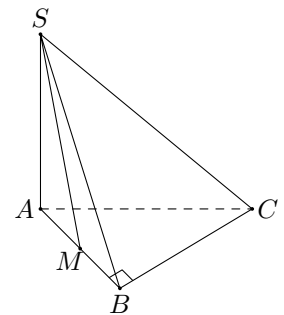
- (A) $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{4a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{a\sqrt{15}}{15}$. (D) $\frac{2a\sqrt{15}}{15}$.



Câu 35.18.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

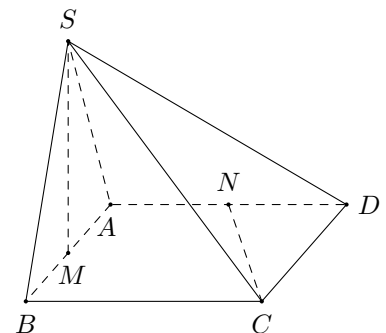
- (A) $\frac{a}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 35.19.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và hai điểm M, N lần lượt là trung điểm AB, AD . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và NC bằng

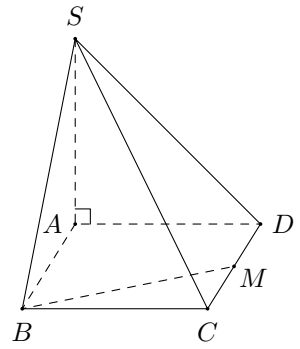
- (A) $\frac{3a}{4}$. (B) a . (C) $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. (D) $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.



Câu 35.20.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng

- A $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.
 B $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.
 C $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.
 D $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.



D BẢNG ĐÁP ÁN

35.1. B	35.2. D	35.3. A	35.4. A	35.5. C	35.6. D	35.7. A	35.8. A
35.9. A	35.10. B	35.11. C	35.12. D	35.13. D	35.14. B	35.15. B	35.16. A
35.17. B	35.18. B	35.19. D	35.20. B				

DẠNG 37. XÁC SUẤT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quy tắc đếm

Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m \cdot n$ cách hoàn thành công việc.

2. Hoán vị - Chỉnh hợp - Tổ hợp

Hoán vị

- **Định nghĩa**

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một **hoán vị của n phần tử đó**.

- **Số các hoán vị**

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có $P_n = n!$ ($n \geq 1$).

Chỉnh hợp

- **Định nghĩa**

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Kết quả của việc lấy k phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một **chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho**.

- **Số các chỉnh hợp**

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$). Ta có

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (1 \leq k \leq n).$$

Tổ hợp

- **Định nghĩa**

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là một **tổ hợp chập k của n phần tử đã cho**.

• **Số các tổ hợp**

Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n$). Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ($0 \leq k \leq n$).

3. Tính xác suất

☑ **Tính xác suất bằng định nghĩa**

Công thức tính xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

☑ **Tính xác suất bằng công thức**

• **Quy tắc cộng xác suất**

– Nếu hai biến cố A, B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

– Nếu các biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ xung khắc nhau thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k).$$

• **Công thức tính xác suất biến cố đối**

Xác suất của biến cố \bar{A} của biến cố A là $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

• **Quy tắc nhân xác suất**

– Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

– Một cách tổng quát, nếu k biến cố $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ là độc lập thì

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_k).$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 36 (ĐTK - 2022). Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

(A) $\frac{7}{40}$.

(B) $\frac{21}{40}$.

(C) $\frac{3}{10}$.

(D) $\frac{2}{15}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “chọn được hai quả màu khác nhau”

Chọn 2 quả từ 16 quả nên không gian mẫu $|n_\Omega| = C_{12}^2$

- Chọn 1 quả đỏ từ 7 quả đỏ có C_7^1 cách.
- Chọn 1 quả xanh từ 9 quả xanh có C_9^1 cách.

Vậy số cách chọn là $C_7^1 \cdot C_9^1 = 63$.

Xác suất biến cố A là $P = \frac{63}{C_{12}^2} = \frac{21}{40}$.

Chọn đáp án (B)

□

🕒 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 36.1. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- (A) $\frac{13}{27}$. (B) $\frac{14}{27}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{365}{729}$.

Câu 36.2. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

- (A) $\frac{3}{4}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 36.3. Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, rồi cộng các số trên các bi lại với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số lẻ bằng

- (A) $\frac{31}{32}$. (B) $\frac{11}{32}$. (C) $\frac{16}{33}$. (D) $\frac{21}{33}$.

Câu 36.4. Cho 14 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 14. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tích 3 số ghi trên 3 tấm thẻ này chia hết cho 3 bằng

- (A) $\frac{80}{91}$. (B) $\frac{61}{91}$. (C) $\frac{81}{91}$. (D) $\frac{12}{17}$.

Câu 36.5. Gọi S là tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập từ tập $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S . Tích xác suất để tích hai số được chọn là số chẵn?

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 36.6. Gọi S là tập hợp các số có ba chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập hợp S , xác suất để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4 bằng

- (A) $\frac{2484}{8555}$. (B) $\frac{5}{17}$. (C) $\frac{2518}{8555}$. (D) $\frac{4}{17}$.

Câu 36.7. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

- (A) $\frac{61}{82}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{41}{81}$. (D) $\frac{16}{81}$.

Câu 36.8. Cho tập hợp $E = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và luôn có mặt chữ số 5 được lập từ các chữ số thuộc tập E . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để số được chọn chia hết cho 5 bằng

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{2}{9}$. (C) $\frac{9}{26}$. (D) $\frac{11}{26}$.

Câu 36.9. Cho tập $S = \{1; 2; 3; 4; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng bằng

- (A) $\frac{7}{38}$. (B) $\frac{3}{38}$. (C) $\frac{5}{38}$. (D) $\frac{1}{114}$.

Câu 36.10. Có 11 cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp xếp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Xác suất sao cho không có hai ghế trống nào kề nhau bằng

- (A) $\frac{4}{85}$. (B) $\frac{1}{22}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{11}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

36.1.A

36.2.B

36.3.C

36.4.B

36.5.C

36.6.A

36.7.C

36.8.C

36.9.B

36.10.B

DẠNG 38. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Viết phương trình đường thẳng

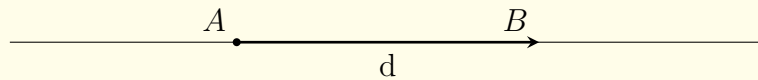
Để viết phương trình đường thẳng, ta cần tìm một điểm đi qua và một véc tơ chỉ phương.

$$\bullet d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \\ d: \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0) \end{cases}$$

2. Một số dạng viết phương trình đường thẳng thường gặp (tham khảo)

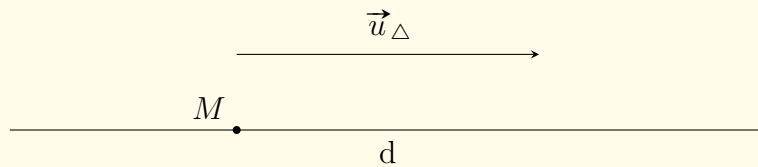
- Dạng 1. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B .

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } A \text{ (hay } B) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$.



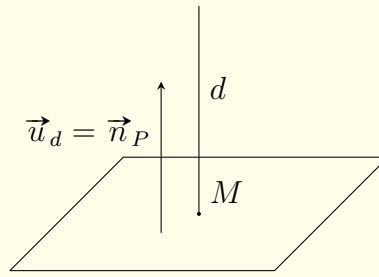
- Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.



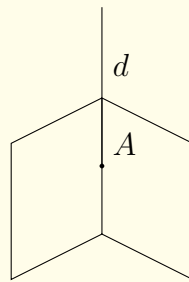
- Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP: } \vec{u}_d = \vec{n}_P = (a; b; c) \end{cases}$.



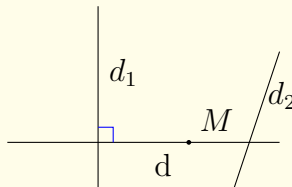
- Dạng 4. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.

Phương pháp. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} \cdot \text{Qua } A = (P) \cap (Q) \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases} .$$



- Dạng 5. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

Phương pháp. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \end{cases} .$$



- Dạng 6. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$

Phương pháp. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases} .$$

- Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d qua M , vuông góc d' và song song mặt (P)

Phương pháp. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_{d'}] \end{cases} .$$

- Dạng 8. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) , song song mặt (Q) và qua

M . Phương pháp. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} \cdot \text{Qua } M \\ \cdot \text{VTCP : } \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases} .$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 37 (Đề tham khảo BGD - 2022). Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 3)$, $B(1; 3; 4)$

và $C(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

- (A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$. (B) $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.
 (C) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$. (D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải.

$\vec{BC} = (2; -4; 1)$. Đường thẳng đi qua A song song với BC nên nhận \vec{BC} làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 37.1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 0; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 37.2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 1)$ và $B(-1; 1; 2)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số là

- (A) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 37.3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$ và $B(1; -2; 1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua A và B ?

- (A) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$. (B) $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.
 (C) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. (D) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}$.

Câu 37.4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 1)$, $N(3; 2; -1)$ và $P(4; -2; 5)$. Đường thẳng d đi qua M và song song với đường thẳng NP có phương trình tham số là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4t \\ z = -1 + 6t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 6t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = -1 + 6t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$.

Câu 37.5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(4; -2; 1)$ và $C(4; 0; 3)$. Đường thẳng d đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 4t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

Câu 37.6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -5t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 5t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 5t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Câu 37.7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng Δ đi qua M và song song với đường thẳng d có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -t \end{cases}$$

Câu 37.8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$

Câu 37.9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 5)$ và mặt phẳng $(P): 4x + 2z - 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 \\ z = 5 + 2t \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 \\ z = 5 - 3t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 2 \\ z = 2t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 \\ z = 5 - 2t \end{cases}$$

Câu 37.10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1; -2; -3)$ và vuông góc với (P) có phương trình là

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad \textcircled{C} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases} \quad \textcircled{D} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$$

Câu 37.11. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 4; -1)$, $B(3; 4; 3)$, $C(2; 2; -1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với BC là

$$\textcircled{A} \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{4} \quad \textcircled{B} \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{2} \\ \textcircled{C} \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{-4} \quad \textcircled{D} \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$$

Câu 37.12. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2; -3), B(3; -6; 1)$ là

- (A) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+1}{-2}$. (B) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.
 (C) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+6}{-4} = \frac{z-1}{-2}$. (D) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 37.13. Trong không gian $Oxyz$, phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3; 1; 2), B(-3; 2; 5), C(1; 6; -3)$ là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - 1t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

Câu 37.14. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2), B(2; 0; 5)$ và $C(0; -2; 1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là

- (A) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-4}$. (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.
 (C) $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-1}{2}$. (D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 37.15. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 3; 4)$ và song song với trục hoành là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 - t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 + t \end{cases}$.

Câu 37.16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3), B(1; 0; 1), C(-1; 1; 2)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và song song với BC là

- (A) $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. (B) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
 (C) $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. (D) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 37.17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$ có dạng

- (A) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$. (B) $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$.
 (C) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$. (D) $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 37.18. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oyz) là

- (A) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$.

Câu 37.19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z - 8 = 0$ có phương trình là

- (A) $\frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$. (B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$.

Ⓒ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{-3}$.

Ⓓ $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-4}$.

Câu 37.20. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi d qua điểm $A(2; -3; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 5 = 0$ có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Ⓑ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 4 \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$.

Ⓓ $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 3t \\ z = -4 \end{cases}$.

Câu 37.21. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, đồng thời vuông góc với hai véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$.

Ⓐ $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$.

Ⓑ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$.

Ⓒ $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$.

Ⓓ $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{5}$.

Câu 37.22. Cho $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , đồng thời vuông góc với d_1 và d_2 là

Ⓐ $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Ⓑ $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Ⓓ $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 37.23. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(2; -1; 5)$, đồng thời song song với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Ⓐ $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$.

Ⓑ $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$.

Ⓒ $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$.

Ⓓ $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$.

Câu 37.24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $M(1; -1; 2)$, song song đồng thời với hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có phương trình

Ⓐ $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Ⓑ $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$.

Ⓒ $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$.

Ⓓ $\frac{x+1}{1} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 37.25. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$, $B(-3; 5; 7)$, $C(-1; -4; -1)$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC .

Ⓐ $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+3}{5}$.

Ⓑ $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{5}$.

Ⓒ $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{5}$.

Ⓓ $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 37.26. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3}$. Biết Δ đi qua điểm $M(0; 1; 3)$.

Ⓐ $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Ⓑ $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Ⓒ $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Ⓓ $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 37.27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d qua $A(1; 2; 3)$, đồng thời cắt và vuông góc với trục hoành Ox là

Ⓐ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
 Ⓑ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
 Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
 Ⓓ $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

Câu 37.28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và vuông góc với d có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = -t \end{cases}$
 Ⓑ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 \\ z = -t \end{cases}$
 Ⓒ $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases}$
 Ⓓ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = t \end{cases}$

Câu 37.29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tìm phương trình chính tắc của đường thẳng OH .

Ⓐ $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$
 Ⓑ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$
 Ⓒ $\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}$
 Ⓓ $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$

37.1. D	37.2. A	37.3. C	37.4. D	37.5. A	37.6. B	37.7. B	37.8. C
37.9. A	37.10. D	37.11. B	37.12. A	37.13. C	37.14. D	37.15. A	37.16. C
37.17. C	37.18. C	37.19. C	37.20. B	37.21. A	37.22. D	37.23. A	37.24. A
37.25. D	37.26. B	37.27. B	37.28. D	37.29. C			

DẠNG 39. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình mũ và lôgarit

- Dạng $a^x \geq b, (a^x \leq b; a^x > b; a^x < b)$
- Đặt điều kiện ($a > 0, a \neq 1$).
- Cần chú ý đến cơ số:
 - Cơ số $a \in (0; 1)$ thì bất phương trình đổi chiều.
 - Cơ số $a > 1$ thì bất phương trình không đổi chiều.
- Giao tập nghiệm với điều kiện và chọn đáp án.

2. Bất phương trình mũ và lôgarit giải bằng phương pháp đặt ẩn phụ

- $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot a^{f(x)} + \gamma > 0$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} > 0$.
- $\alpha \cdot (\log_a x)^2 + \beta \cdot (\log_a x) + \gamma > 0$. Phương pháp: Đặt $t = \log_a x$.
- $a^{f(x)} + a^{-f(x)} > b \Leftrightarrow a^{f(x)} + \frac{1}{a^{f(x)}} > b$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} > 0$.
- $\alpha \cdot a^{2f(x)} + \beta \cdot (ab)^{f(x)} + \gamma \cdot b^{2f(x)} > 0$. Phương pháp: Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} > 0$.
- $a^{f(x)} + b^{f(x)} > c$ với $a \cdot b = 1$. Phương pháp: Đặt $t = a^{f(x)} \Rightarrow b^{f(x)} = \frac{1}{t}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 38 (TK - 2022). Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?

(A) 22.

(B) 25.

(C) 23.

(D) 24.

Lời giải.

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} 4x > 0 \\ 2 - \log(4x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{10}(4x) \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4x \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 25.$$

Vì $\sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$ nên bất phương trình đề bài đã cho tương đương với

$$4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64 \geq 0 \Leftrightarrow 4^x - 20 \cdot 2^x + 64 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \leq 4 \\ 2^x \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

So lại với điều kiện xác định, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (0; 2] \cup [4; 25]$.

Vậy có 22 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

(C) BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 38.1. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- (A)** 4. **(B)** 2. **(C)** 3. **(D)** 6.

Câu 38.2. Cho $\log_b(a + 1) > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)** $(b - 1)a > 0$. **(B)** $a + b < 1$. **(C)** $a + b > 1$. **(D)** $a(b + 1) > 0$.

Câu 38.3. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $9^x - (m + 1)3^x + 2m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 3$?

- (A)** 0. **(B)** 1. **(C)** 2. **(D)** 3.

Câu 38.4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x-6}$ là

- (A)** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **(B)** $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.
(C) $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$. **(D)** $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 38.5. Bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A)** 3. **(B)** 1. **(C)** 4. **(D)** 2.

Câu 38.6. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) \geq 1$. Tính tích các số dương m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

- (A)** $\sqrt{10}$. **(B)** 64. **(C)** 2. **(D)** 8.

Câu 38.7.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	\searrow	-3	\nearrow
		\searrow	0	\searrow
			\searrow	$-\infty$

- (A)** $m \geq f(1) - e$. **(B)** $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.
(C) $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$. **(D)** $m > f(1) - e$.

Câu 38.8. Gọi M và m là nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\frac{(|2x + 1| - x - 2)(1 - \log_3(x + 4))}{5x^2 - 5|x|} \geq 0$. Khi đó tích giá trị $M \cdot m$ bằng

- (A)** 6. **(B)** -24. **(C)** 3. **(D)** -12.

Câu 38.9. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2 \log u_1 + \sqrt{3 \log u_9 - 2 \log u_1 + 2} = 3 \log u_9$ và $u_{n+1} = 3u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 100^{50}$ bằng

- (A) 230. (B) 248. (C) 247. (D) 231.

Câu 38.10.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

- (A) $m \geq f(1) - e$. (B) $m > f(-1) - \frac{1}{e}$.
 (C) $m \geq f(-1) - \frac{1}{e}$. (D) $m > f(1) - e$.

Câu 38.11. Cho dãy số (u_n) có số hạng đầu $u_1 \neq 1$ và thỏa mãn $\log_2^2(5u_1) + \log_2^2(7u_1) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$. Biết $u_{n+1} = 7u_n$ với mọi $n \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 1\,111\,111$.

- (A) 11. (B) 8. (C) 9. (D) 10.

Câu 38.12. Bất phương trình $(3^x - 1)(x^2 + 3x - 4) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên nhỏ hơn 6?

- (A) 9. (B) 5. (C) 7. (D) Vô số.

Câu 38.13. Cho dãy số $u_n = 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n!$. Số n lớn nhất để $\log \frac{u_n}{2018!}$ nhận giá trị âm là

- (A) 2016. (B) 2017. (C) 2019. (D) 2018.

Câu 38.14.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $e^{f(x)} + x > m + \ln(x^2 + 1)$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 2)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$

- (A) $m < e^{f(2)} + 2 - \ln 5$.
 (B) $m \leq e^{f(-2)} - 2 - \ln 5$.
 (C) $m < e^{f(-2)} - 2 - \ln 5$.
 (D) $m \leq e^{f(2)} + 2 - \ln 5$.

Câu 38.15. Cho $\log_b(a + 1) > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $(b - 1)a > 0$. (B) $a + b < 1$. (C) $a + b > 1$. (D) $a(b + 1) > 0$.

Câu 38.16. Bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là

- (A) $S = (1; 2]$. (B) $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. (C) $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. (D) $S = (-\infty; 2]$.

Câu 38.17. Biết $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình $\log_m(2x^2 + x + 3) \leq \log_m(3x^2 - x)$ với m là tham số thực dương khác 1. Tập nghiệm của phương trình đã cho là

- (A) $[-1; 0] \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. (B) $[-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. (C) $(-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. (D) $(-1; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 38.18. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Câu 38.19. Bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là

- (A) $S = (1; 2]$. (B) $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. (C) $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. (D) $S = (-\infty; 2]$.

Câu 38.20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1}\right) \leq 0$ là

- (A) $(-1; 3]$. (B) $(-1; +\infty)$.
(C) $[3; +\infty)$. (D) $(-1; +\infty) \cup [3; +\infty)$.

Câu 38.21. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$?

- (A) 30. (B) Vô số. (C) 31. (D) 29.

Câu 38.22. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 3. (B) 1. (C) 4. (D) 2.

Câu 38.23. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x + 2 - m \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 2]$, (m là tham số).

- (A) $m < 10$. (B) $m \geq 1$. (C) $1 \leq m \leq 10$. (D) $m \leq 10$.

Câu 38.24. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tính tích các số dương m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

- (A) $\sqrt{10}$. (B) 64. (C) 2. (D) 8.

Câu 38.25. Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 3. (B) 1. (C) 4. (D) 2.

Câu 38.26. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_3 x$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) Vô số.

Câu 38.27. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{25-x^2}(\log_2(x^2-4x+5)-1) \leq 0$

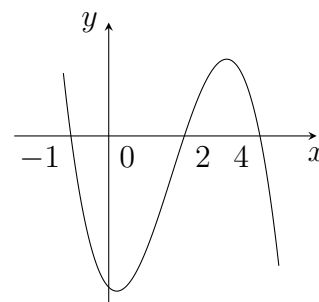
- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 3.

Câu 38.28.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số $y = f(10 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng

- (A) $(2; 4)$. (B) $(\log_2 6; 4)$.
(C) $(-\infty; 2)$. (D) $(\log_2 11; +\infty)$.



Câu 38.29. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{\pi}{\sqrt{13}}}(2x-1)}$.

- (A) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. (D) $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 38.30. Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x + 2 - m \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 2]$, (m là tham số).

(A) $m < 10$.

(B) $m \geq 1$.

(C) $1 \leq m \leq 10$.

(D) $m \leq 10$.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

38.1. A	38.2. A	38.3. B	38.4. C	38.5. D	38.6. B	38.7. C	38.8. A
38.9. D	38.10. C	38.11. D	38.12. D	38.13. B	38.14. A	38.15. A	38.16. C
38.17. B	38.18. A	38.19. C	38.20. D	38.21. C	38.22. D	38.23. C	38.24. B
38.25. D	38.26. B	38.27. B	38.28. C	38.29. D	38.30. C		

DẠNG 40. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ LIÊN KẾT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Định nghĩa

Giả sử \mathcal{K} là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng và $y = f(x)$ là một hàm số xác định trên \mathcal{K} . Ta nói

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **đồng biến** (tăng) trên \mathcal{K} nếu

$$\forall x_1, x_2 \in \mathcal{K}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là **nghịch biến** (giảm) trên \mathcal{K} nếu

$$\forall x_1, x_2 \in \mathcal{K}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên \mathcal{K} gọi chung là **đơn điệu** trên \mathcal{K} .

2. Tính chất

- a) Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{K} thì hàm số $f(x) + g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{K} .

Tính chất này có thể không đúng đối với hiệu $f(x) - g(x)$.

- b) Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số dương và cùng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{K} thì hàm số $f(x) \cdot g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên \mathcal{K} .

Tính chất này có thể không đúng khi các hàm số $f(x), g(x)$ không là các hàm số dương trên \mathcal{K} .

- c) Cho hàm số $u = u(x)$ xác định với mọi $x \in (a; b)$ và $u(x) \in (c; d)$. Hàm số $f(u(x))$ cũng xác định với $x \in (a; b)$. Ta có nhận xét sau:

- i) Giả sử hàm số $u = u(x)$ đồng biến với mọi $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f(u(x))$ đồng biến với mọi $x \in (a; b)$ khi và chỉ khi $f(u)$ đồng biến với mọi $u \in (c; d)$.

- ii) Giả sử hàm số $u = u(x)$ nghịch biến với mọi $x \in (a; b)$. Khi đó, hàm số $f(u(x))$ nghịch biến với mọi $x \in (a; b)$ khi và chỉ khi $f(u)$ nghịch biến với mọi $u \in (c; d)$.

3. Định lí 1

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó

- Nếu hàm số đồng biến trên \mathcal{K} thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ tại một số hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} .
- Nếu hàm số nghịch biến trên \mathcal{K} thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ tại một số hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} .

4. Định lí 2

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f nghịch biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in \mathcal{K}$ thì hàm số f không đổi trên \mathcal{K} .

Khoảng \mathcal{K} trong định lí trên ta có thể thay thế bởi đoạn hoặc nửa khoảng. Khi đó phải có thêm giả thiết “Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó”. Chẳng hạn, nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số f đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Ta thường biểu diễn qua bảng biến thiên như sau:

x	a	b
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(a)$	$f(b)$

5. Định lí 3

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng \mathcal{K} . Khi đó

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f nghịch biến trên \mathcal{K} .

Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên \mathcal{K} .

- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f đồng biến trên \mathcal{K} .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathcal{K}$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc \mathcal{K} thì hàm số f nghịch biến trên \mathcal{K} .

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 39 (TK-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		-5		$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Lời giải.

Ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Với $f(x) = -1$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

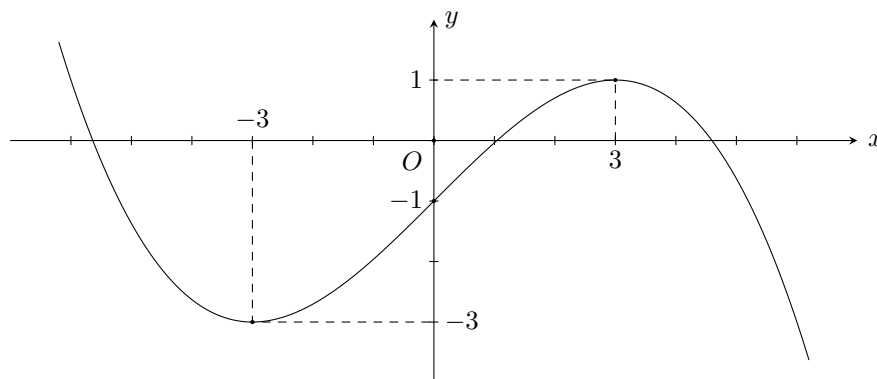
Với $f(x) = 2$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất, suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 1 nghiệm thực (nghiệm này khác 3 nghiệm của phương trình $f(x) = 1$).

Vậy phương trình $f'(f(x)) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 39.1. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(3x + 1) - 3x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1; \frac{3}{2})$.

B $(0; \frac{2}{3})$.

C $(-1; 0)$.

D $(\frac{2}{3}; 2)$.

Câu 39.2.

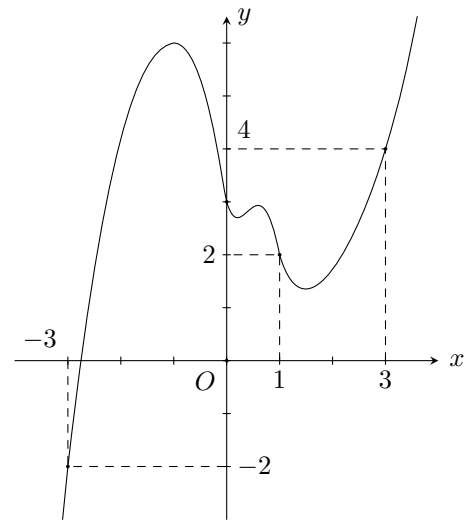
Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x - 1) - \frac{x^2}{2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2; 4)$.

B $(0; 1)$.

C $(-2; 1)$.

D $(1; 3)$.



Câu 39.3.

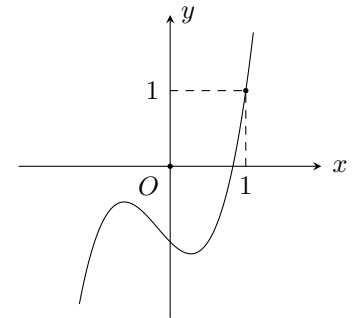
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x) - x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1 - \sqrt{2}; -1)$.

B $(-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$.

C $(-1; +\infty)$.

D $(-1; -1 + \sqrt{2})$.



Câu 39.4.

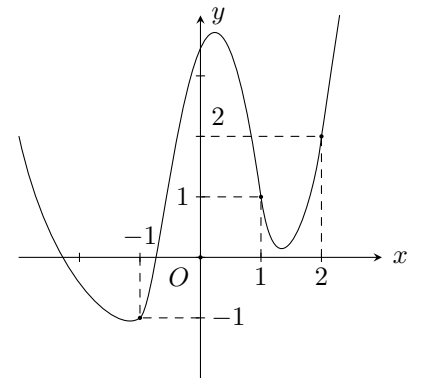
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $y = g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

B Đồ thị hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị.

C Hàm số $y = g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

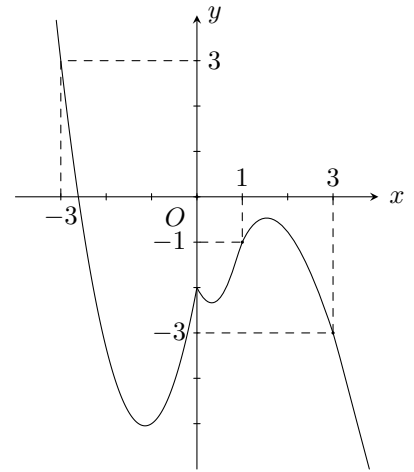
D Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.



Câu 39.5.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

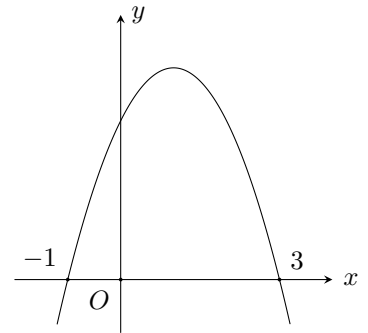
- Ⓐ $(-2; 0)$. Ⓑ $(1; 3)$. Ⓒ $(-1; \frac{3}{2})$. Ⓓ $(-3; 1)$.



Câu 39.6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(2x^4 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

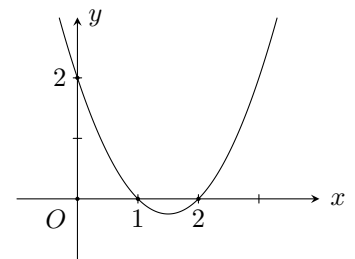
- Ⓐ $(1; +\infty)$. Ⓑ $(1; \frac{3}{2})$. Ⓒ $(-\infty; -1)$. Ⓓ $(\frac{1}{2}; 1)$.



Câu 39.7.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

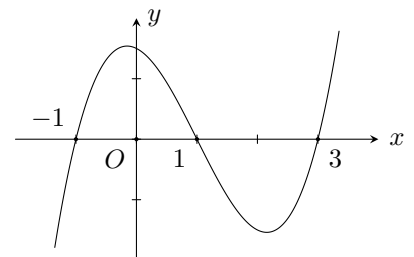
- Ⓐ $(\frac{1}{2}; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; \frac{3}{2})$.
 Ⓒ $(-\frac{3}{2}; +\infty)$. Ⓓ $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.



Câu 39.8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

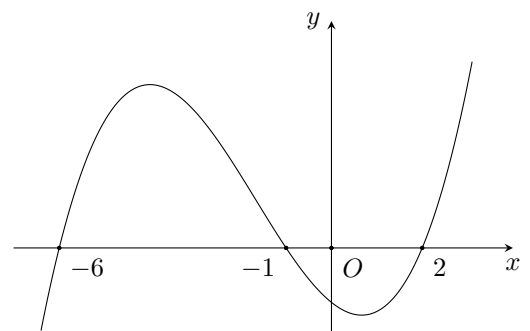
- Ⓐ $(1; 2)$. Ⓑ $(-\infty; -3)$.
 Ⓒ $(0; 1)$. Ⓓ $(-2; 0)$.



Câu 39.9.

Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào?

- Ⓐ $(2; 3)$. Ⓑ $(-1; 0)$.
 Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(0; 1)$.



Câu 39.10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Biết $1 < f(x) < 5, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó hàm số $g(x) = f(f(x) - 1) + x^3 + 3x^2 + 2020$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-2; 0)$. (B) $(0; 5)$. (C) $(-2; 5)$. (D) $(-\infty; -2)$.

Câu 39.11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

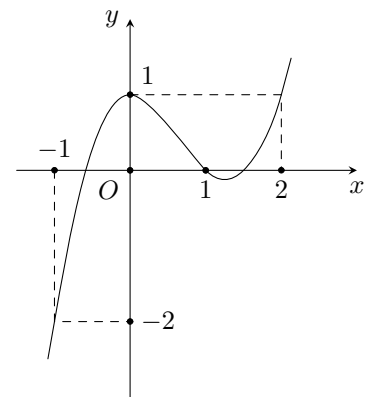
x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x) + 2020$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 39.12.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(3x - 1) - 9x^3 + 18x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- (A) $(-\infty; 1)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(-3; 1)$. (D) $(\frac{2}{3}; 1)$.

Câu 39.13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

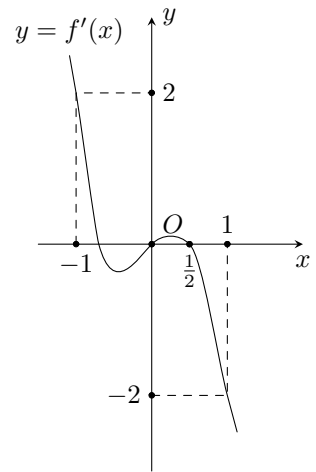
Đặt $y = g(x) = 2f(1 - x) + \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 (B) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 (C) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 (D) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 39.14.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(2x + 3) + 4x^2 + 12x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

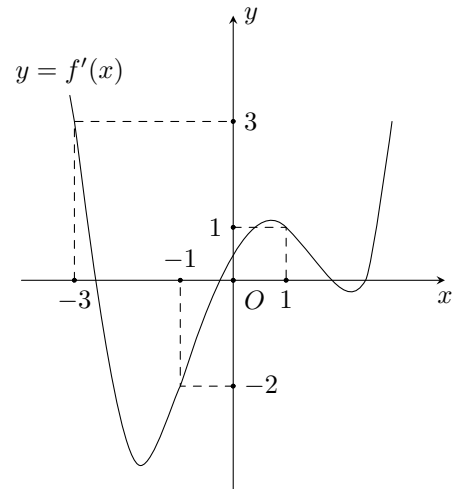
- Ⓐ $(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$. Ⓑ $(-\frac{5}{2}; -2)$. Ⓒ $(-2; -\frac{3}{2})$. Ⓓ $(-\frac{1}{2}; 0)$.



Câu 39.15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

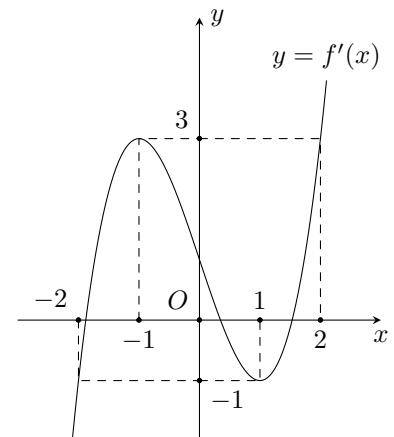
- Ⓐ Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
 Ⓑ Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; 1)$.
 Ⓒ Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3; -1)$.
 Ⓓ Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.



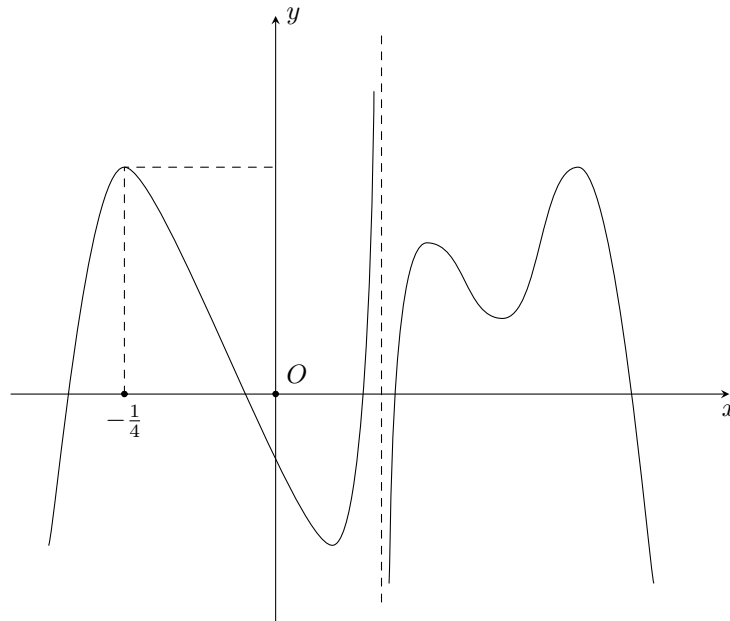
Câu 39.16.

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x + 1) - \frac{x^2 + 4x + 3}{2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(-\infty; -2)$. Ⓑ $(-3; -1)$. Ⓒ $(0; 1)$. Ⓓ $(-1; 0)$.



Câu 39.17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



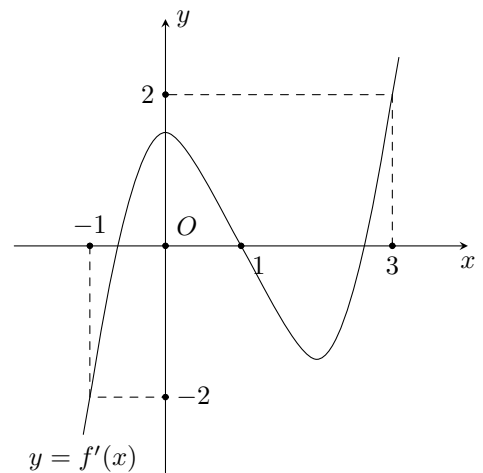
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + x)$ là

- (A) 10. (B) 11. (C) 12. (D) 13.

Câu 39.18.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 2x + 2020$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$.
 (B) Hàm số $g(x)$ có hai điểm cực đại.
 (C) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
 (D) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(3; +\infty)$.



Câu 39.19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

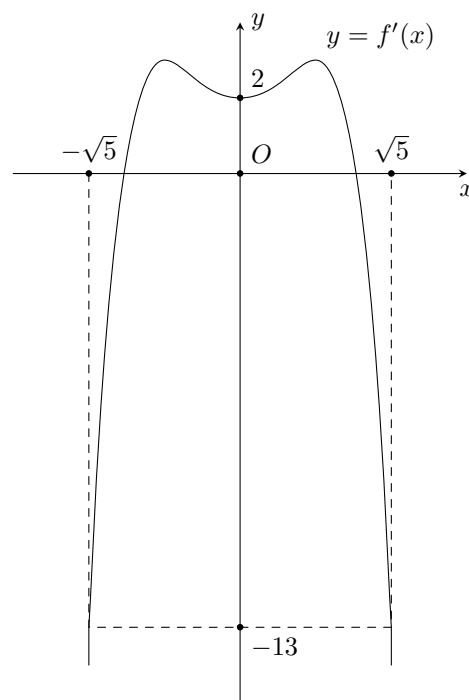
x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0

Hàm số $y = g(x) = 2f(1 - x) - \frac{1}{5}x^5 + \frac{5}{4}x^4 - 3x^3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; 0)$. (B) $(2; 3)$. (C) $(0; 2)$. (D) $(3; +\infty)$.

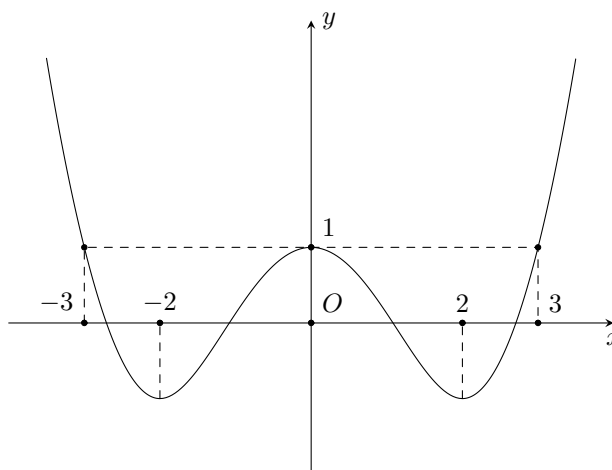
Câu 39.20.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) \leq 0$ với mọi $x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ là



- (A) $m \geq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.
- (B) $m \geq \frac{2}{3}f(0)$.
- (C) $m \geq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5})$.
- (D) $m \leq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

Câu 39.21. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(2x - 1) + \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-6; -3)$.
- (B) $(3; 6)$.
- (C) $(6; +\infty)$.
- (D) $(-1; 0)$.

Câu 39.22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-	0	+

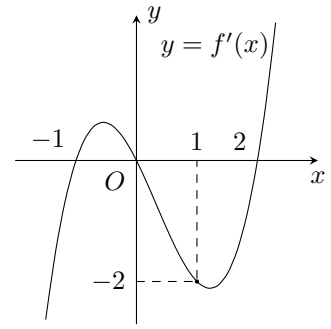
Hàm số $g(x) = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(1; +\infty)$.
- (B) $(-\infty; -1)$.
- (C) $(-1; 0)$.
- (D) $(0; 2)$.

Câu 39.23.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = 3f(x^2 - 2) + \frac{3}{2}x^4 - 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

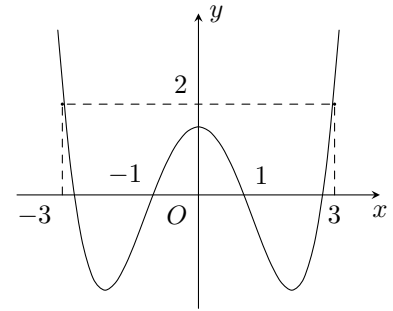
- (A) $(-\sqrt{3}; -1)$. (B) $(0; 1)$.
 (C) $(-1; 1)$. (D) $(1; \frac{3}{2})$.



Câu 39.24.

Cho hàm số $y = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ với a, b, c, d, e, f là các số thực, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(1 - 2x) - 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

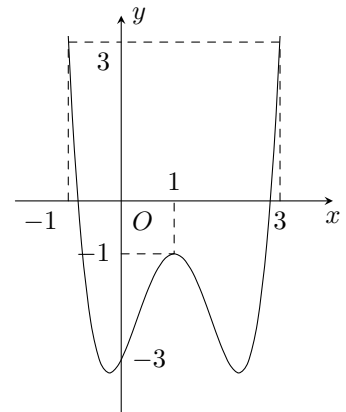
- (A) $(-\frac{3}{2}; -1)$. (B) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.
 (C) $(-1; 0)$. (D) $(1; 3)$.



Câu 39.25.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Hàm số $g(x) = f(3x - 1) - 27x^3 + 54x^2 - 27x + 4$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

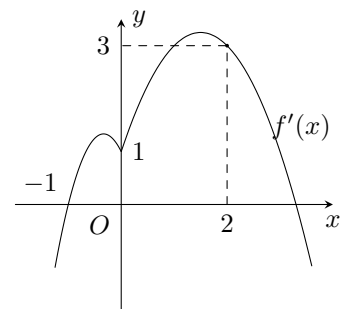
- (A) $(0; \frac{2}{3})$. (B) $(\frac{2}{3}; 3)$. (C) $(0; 3)$. (D) $(4; +\infty)$.



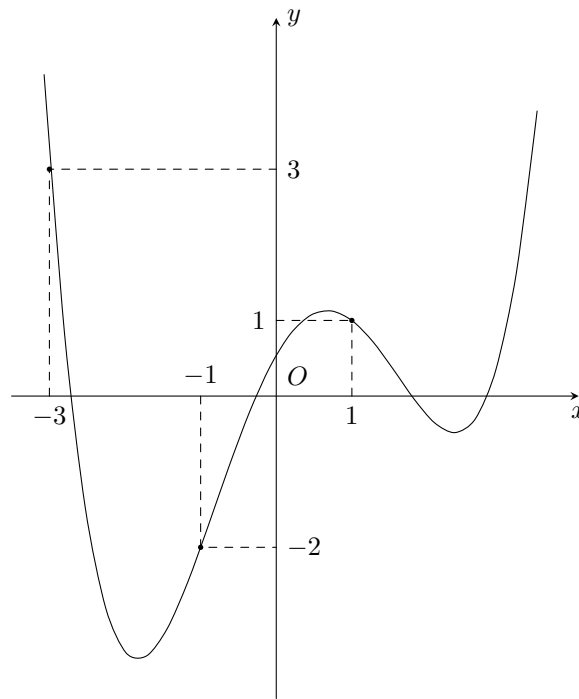
Câu 39.26.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có $f(-1) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = |2f(x - 1) - x^2|$ đồng biến trên khoảng

- (A) $(3; +\infty)$. (B) $(-1; 2)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(0; 3)$.



Câu 39.27. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau



Hàm số $g(x) = 3f(1 - 2x) + 8x^3 - 21x^2 + 6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) (1; 2). (B) (-3; -1). (C) (0; 1). (D) (-1; 2).

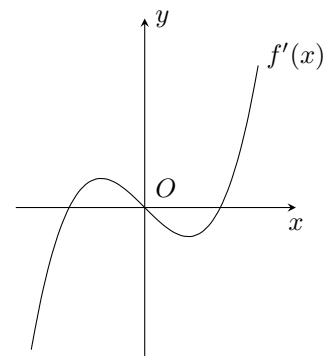
Câu 39.28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1 - x^2)(x - 5)$. Hàm số $y = 3f(x + 3) - x^3 + 12x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- (A) (1; 5). (B) (2; $+\infty$). (C) (-1; 0). (D) ($-\infty$; -1).

Câu 39.29.

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(f'(x))$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) (1; $+\infty$). (B) ($-\infty$; -2).
 (C) (-1; 0). (D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

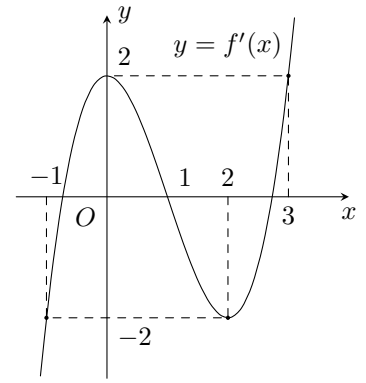


Câu 39.30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x - 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $g(x) = f(x^2 + 3x - m) + m^2 + 1$ đồng biến trên (0; 2)?

- (A) 16. (B) 17. (C) 18. (D) 19.

Câu 39.31.

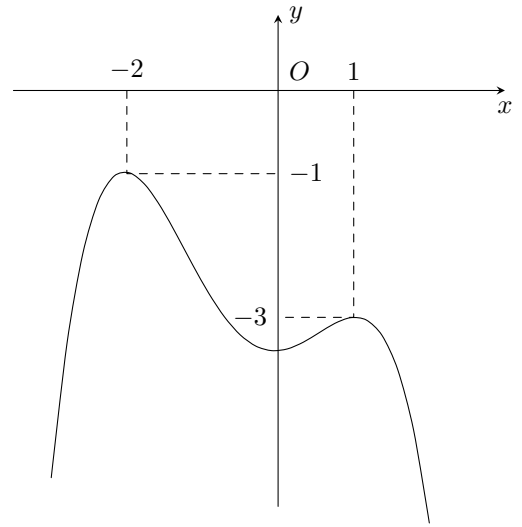
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$ với m là tham số thực. Gọi S là tập các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tổng các phần tử của S bằng



- (A) 4. (B) 11. (C) 14. (D) 20.

Câu 39.32.

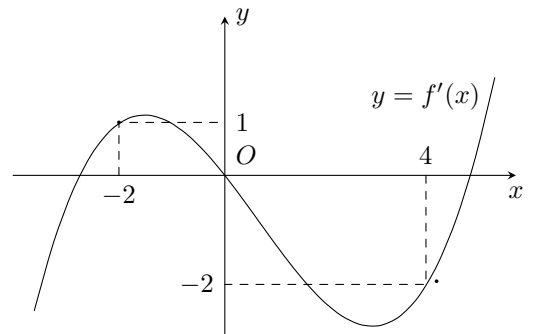
Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , $-2020 < m < 2020$ để hàm số $g(x) = f(x^2) + mx^2 \left(x^2 + \frac{8}{3}x - 6\right)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$?



- (A) 2021. (B) 2020. (C) 2019. (D) 2022.

Câu 39.33.

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = 4f(x-m) + x^2 - 2mx + 2020$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?



- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 39.34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4); \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 2020$ để hàm số $g(x) = f\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$?

- (A) 2018. (B) 2019. (C) 2020. (D) 2021.

Câu 39.35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)e^x$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = g(x) = f(\ln x) - mx^2 + mx - 2$ nghịch biến trên $(1; e^2)$?

- (A) 2018. (B) 2019. (C) 2020. (D) 2021.

Câu 39.36. Cho hàm số $y = |\sin^3 x - m \sin x + 1|$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính số phần tử của S .

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

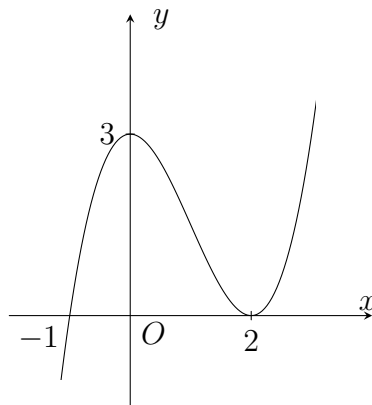
Câu 39.37. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3} \cot^3 x - m \cot^2 x + \cot x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$. Tập S có chứa bao nhiêu số nguyên dương?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 39.38. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2) \cdot g(x) + 2018$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

- (A) $(0; 3)$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(1; +\infty)$.

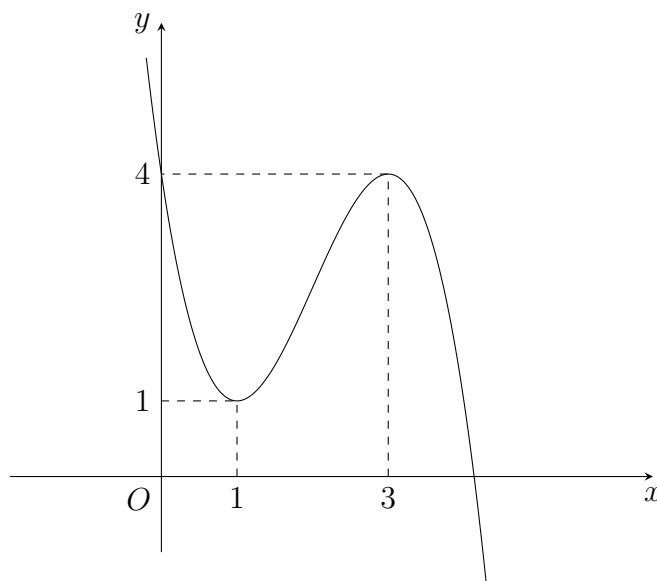
Câu 39.39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $y = f(\cos x + 2x + m)$ đồng biến trên nửa khoảng $[0; +\infty)$?

- (A) 2019. (B) 2020. (C) 4038. (D) 4040.

Câu 39.40. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a, b, c, d; a \neq 0$ là các số thực, có đồ thị như hình bên



Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- (A) 2020. (B) 2013. (C) 4040. (D) 4038.

Câu 39.41. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(0; 2020)$ để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

- (A) 8. (B) 2019. (C) 2018. (D) 2013.

Câu 39.42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6(m^2 - 2)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = a + b$.

- (A) $T = -1$. (B) $T = 0$. (C) $T = 2$. (D) $T = 1$.

Câu 39.43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2(3x^4 + mx^3 + 1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 39.44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{1 + 2\cos x} + \sqrt{1 + 2\sin x} = \frac{m}{2}$ có nghiệm thực?

- (A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) 2.

Câu 39.45. Cho hàm số $y = 4x^2 + \sqrt{2x - 1} - (m^2 - 2)x + 2019 \cdot m^{2020}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 7.

(D) BẢNG ĐÁP ÁN

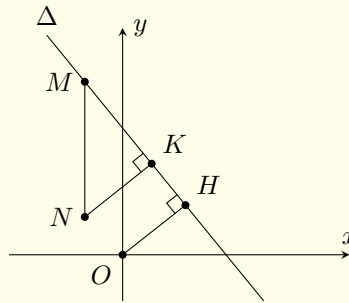
39.1. B	39.2. A	39.3. A	39.4. D	39.5. A	39.6. D	39.7. A	39.8. A
39.9. B	39.10. A	39.11. A	39.12. D	39.13. C	39.14. B	39.15. A	39.16. B
39.17. B	39.18. C	39.19. B	39.20. A	39.21. D	39.22. C	39.23. D	39.24. C
39.25. D	39.26. D	39.27. A	39.28. B	39.29. B	39.30. C	39.31. C	39.32. B
39.33. A	39.34. B	39.35. B	39.36. A	39.37. B	39.38. C	39.40. B	39.41. D
39.43. B	39.44. D	39.45. D					

DẠNG 41. CỰC TRỊ SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Điểm và đường thẳng

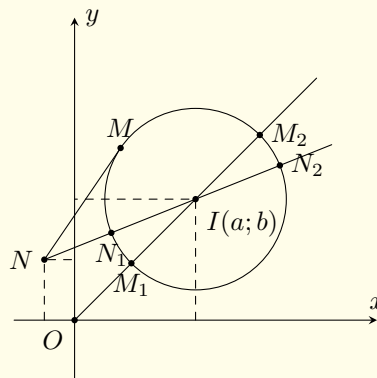
Cho đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ và điểm $M \in (\Delta)$ sao cho NM nhỏ nhất. Gọi K là hình chiếu của N lên (Δ) . Khi đó ta có một số kết quả sau:



- $NM_{\min} = NK = d(N, (\Delta)) \Leftrightarrow M \equiv K$.
- $|z|_{\min} = OH = d(O, (\Delta))$. Khi đó $M \equiv H$ và tọa độ $H = (\Delta) \cap (OH)$.
- $|z - (x_0 + y_0i)|_{\min} = NK = d(N, (\Delta))$. Khi đó $M \equiv K$ và tọa độ $K = (\Delta) \cap (MK)$.

2. Điểm và đường tròn

Cho tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn các số phức $z = x + yi$ là một đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Gọi N là điểm biểu diễn số phức z' .



- Phương pháp hình học

$$\begin{cases} |z|_{\min} = OM_{\min} = OM_1 = |OI - R| \text{ khi } M \equiv M_1 \\ |z|_{\max} = OM_{\max} = OM_2 = |OI + R| \text{ khi } M \equiv M_2. \end{cases} \Leftrightarrow (OI) \cap (C) = \{M_1; M_2\}.$$

$$\begin{cases} |z - z'|_{\min} = MN_{\min} = NN_1 = |NI - R| \text{ khi } M \equiv N_1 \\ |z - z'|_{\max} = MN_{\max} = NN_2 = |NI + R| \text{ khi } M \equiv N_2. \end{cases} \Leftrightarrow (NI) \cap (C) = N_1; N_2.$$

• Phương pháp bất đẳng thức Cauchy – Schwarz

– Giả sử tập hợp điểm là đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ và viết lại (C): $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2ax + 2by - c \Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow |z|^2 = x^2 + y^2 = 2ax + 2by - c = 2a(x - a) + 2b(y - b) + 2a^2 + 2b^2 - c$ Suy ra $2a^2 + 2b^2 - c - 2R\sqrt{(a^2 + b^2)} \leq |z|^2 \leq 2a^2 + 2b^2 - c + 2R\sqrt{(a^2 + b^2)}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c - 2R\sqrt{(a^2 + b^2)}} \leq |z| \leq \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c + 2R\sqrt{(a^2 + b^2)}}$.

3. Hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x), Ox, x = a, x = b$

Phương pháp 2: Bất đẳng thức Cauchy – Schwarz

Phương pháp 4: Sử dụng bất đẳng thức trị tuyệt đối $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 40 (ĐỀ minh họa BDG 2021-2022). Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

- (A) 16. (B) 20. (C) 10. (D) 32.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), điều kiện $|z| - z \neq 0$ (*); $z_1 = x_1 + y_1i$; $z_2 = x_2 + y_2i$.

Ta có $w = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) - yi} = \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) + yi}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x)^2 + y^2}$.

Theo đề, ta có

$$\frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{2(x^2 + y^2) - 2x\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8(\sqrt{x^2 + y^2} - x) = 2x^2 + 2y^2 - 2x\sqrt{x^2 + y^2}$$

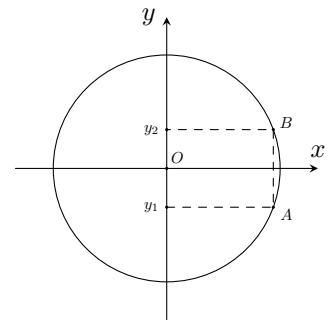
$$\Leftrightarrow 4(\sqrt{x^2 + y^2} - x) = \sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - x)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} - x)(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} - x = 0. \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\sqrt{x^2 + y^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (không thỏa mãn điều kiện).

Trường hợp 2: $\sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16$
 $\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = 16$ và $x_2^2 + y_2^2 = 16$.



Ta có $|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (y_1 - y_2)^2 = 4 - (x_1 - x_2)^2$.

Khi đó $P = x_1^2 + (y_1 - 5)^2 - x_2^2 - (y_2 - 5)^2 = -10 \cdot (y_1 - y_2) \leq 10|y_1 - y_2| = 10 \cdot \sqrt{4 - (x_1 - x_2)^2} \leq 20$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$ và $|y_1 - y_2| = 2$.

Vậy $\max P = 20$.

Chọn đáp án **(A)** □

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

DẠNG 1: ĐIỂM VÀ ĐƯỜNG THẲNG

Câu 40.1. Xét các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ và $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $3x - 2y$ bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 40.2. Xét các số phức z thỏa mãn $z(\bar{z} - 2 + i) + 4i - 1$ là một số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

- (A) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{16\sqrt{5}}{5}$. (C) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40.3. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|iz + 1|$ bằng

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40.4. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 1 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|(3 + 4i)z - 5 + 10i|$ bằng

- (A) $\frac{7\sqrt{3}}{26}$. (B) $\frac{15}{2}$. (C) $\frac{17}{2}$. (D) $\frac{25\sqrt{13}}{26}$.

Câu 40.5. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 1 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|(1 + 2i)z + 11 + 2i|$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$. (B) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{5}{2}$.

DẠNG 2: ĐIỂM VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Câu 40.6. Cho các số phức thỏa mãn $|z - 2 + 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng

- (A) $4\sqrt{2} - 2$. (B) $2 + \sqrt{2}$. (C) $2\sqrt{2} + 1$. (D) $3\sqrt{2} + 1$.

Câu 40.7. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = 2$. Gọi z_1 và z_2 là hai số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Tổng phần ảo của z_1 và z_2 bằng

- (A) -8. (B) 4. (C) 8. (D) -4.

Câu 40.8. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|(1+i)z + 1 - 7i| = \sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z|$. Giá trị của $M - m$ bằng

- (A) 4. (B) 10. (C) 2. (D) 24.

Câu 40.9. Xét các số phức z, w thỏa mãn $w = iz$ và $|(1+i)z + 2 - 2i| = \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|z - w|$ bằng

- (A) 3. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) $3\sqrt{3}$.

Câu 40.10. Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 + 4| = |z^2 + 2iz|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+i|$ bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 40.11. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z - 2 + 2i|$ bằng

- (A) 0.5. (B) 1. (C) $\frac{3}{2}$. (D) 2.

Dạng 3. Đường tròn và đường tròn

Câu 40.12. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 2z_2|$ bằng

- (A) $2\sqrt{5} - 2$. (B) $4 - \sqrt{2}$. (C) $4\sqrt{2} - 3$. (D) $4\sqrt{2} + 3$.

Câu 40.13. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |2iz_1 + 3z_2|$ bằng

- (A) $\sqrt{313} + 16$. (B) $\sqrt{313}$. (C) $\sqrt{313} + 8$. (D) $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 40.14. Xét các số phức z, w thỏa $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ và $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0$ và $w = w_0$, Giá trị của $|3z_0 - w_0|$ bằng

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $6\sqrt{2}$. (C) $4\sqrt{2}$. (D) 1.

Câu 40.15. Xét các số phức z, w thỏa $|z - 5 + 3i| = 3$ và $|iw + 4 + 2i| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|3iz + 2w|$ bằng

- (A) $\sqrt{554} + 5$. (B) $\sqrt{578} + 13$. (C) $\sqrt{578} + 5$. (D) $\sqrt{554} + 13$.

Dạng 4. Đường thẳng và đường tròn

Câu 40.16. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 - 3i| = 2$ và $|\overline{z_2} - 1 - 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

- (A) $3 + \sqrt{34}$. (B) $3 + \sqrt{10}$. (C) 3. (D) 6.

Câu 40.17. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mô-đun của số phức z bằng

- (A) 10. (B) $5\sqrt{2}$. (C) 13. (D) $\sqrt{10}$.

Câu 40.18. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 3i| = \sqrt{13}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - 3i|^2$. Tổng $m + M$ bằng

- (A) 10. (B) 25. (C) 34. (D) 40.

Câu 40.19. Xét các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|(1 + i)z + 2 - i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |x + y + 3|$ bằng

- (A) 4. (B) $4\sqrt{2}$. (C) $4 + 2\sqrt{2}$. (D) 8.

Câu 40.20. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng

- (A) $\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{5}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Dạng 5. Một số loại khác (Đoạn thẳng, tia, parabol, elip, ...)

Câu 40.21. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $T = |z - 1 + i|$. Giá trị của $m + M$ bằng

- (A) $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$. (B) $5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$. (C) $\sqrt{13} + \sqrt{73}$. (D) $\frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

Câu 40.22. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| + |z - 8 - 3i| = \sqrt{53}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 1 + 2i|$ bằng

- (A) $\sqrt{53}$. (B) 53. (C) $\frac{\sqrt{185}}{2}$. (D) $\sqrt{106}$.

Câu 40.23. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 3i| + |z - 6 - i| = 2\sqrt{17}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = ||z + 1 - 2i| - |z - 2 + i||$. Giá trị của $m + M$ bằng

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$. (C) $8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$. (D) $\frac{6\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 40.24. Xét các số phức z thỏa mãn $|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1 + i)z + 2i|$ bằng

- (A) $\frac{9}{\sqrt{17}}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $4\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{26}$.

Câu 40.25. Xét các số phức z đồng thời thỏa mãn $|z - 4 + 3i| - |\bar{z} + 4 + 3i| = 10$ và $|z - 3 - 4i|$ nhỏ nhất. Mô-đun của số phức z bằng

- (A) 5. (B) $5\sqrt{2}$. (C) $6\sqrt{2}$. (D) 10.

Câu 40.26. Xét hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $2|\bar{z}_1 + i| = |\bar{z}_1 - z_1 - 2i|$ và $|z_2 - i - 10| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

- (A) $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{\sqrt{101} - 1}$. (C) $\sqrt{\sqrt{101} + 1}$. (D) $3\sqrt{5} - 1$.

Câu 40.27. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính $P = -a + 4b$ khi $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- (A) $P = 4$. (B) $P = 5$. (C) $P = 6$. (D) $P = 7$.

Câu 40.28. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $2|z - 3i| = |z - \bar{z} + 2i|$.
 Tính $P = 8a + 7b$ khi $\left|z + \frac{6}{7}i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A $P = 8$.
 B $P = 5$.
 C $P = 6$.
 D $P = 7$.

Câu 40.29. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+1|+2|z-1|$ bằng

- A $2\sqrt{5}$.
 B $2\sqrt{10}$.
 C $3\sqrt{2}$.
 D $3\sqrt{5}$.

Câu 40.30. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là

- A 10 và 4.
 B 5 và 4.
 C 4 và 3.
 D 5 và 3.

D BẢNG ĐÁP ÁN

40.1. A	40.2. D	40.3. C	40.4. D	40.5. D	40.6. C	40.7. C	40.8. C
40.9. C	40.10. A	40.11. B	40.12. C	40.13. A	40.14. B	40.15. D	40.16. A
40.17. B	40.18. C	40.19. D	40.20. D	40.21. D	40.23. A	40.24. C	40.25. A
40.26. D	40.27. D	40.28. D	40.29. A	40.30. D			